

# CHUYỂN ĐỘNG KHÔNG ỔN ĐỊNH TRONG ỐNG

## §XVII-1. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CƠ BẢN CỦA CHUYỂN ĐỘNG CHẤT LỎNG

Ta xét dòng chất lỏng trong lòng dẫn có thành bên cố định.

Lấy 2 mặt cắt : tại mặt thứ nhất, cao trình trọng tâm của mặt cắt  $z_1$ ; áp suất  $p_1$  và vận tốc  $v_1$  trong từng thời điểm là các đại lượng biết trước (hình vẽ).

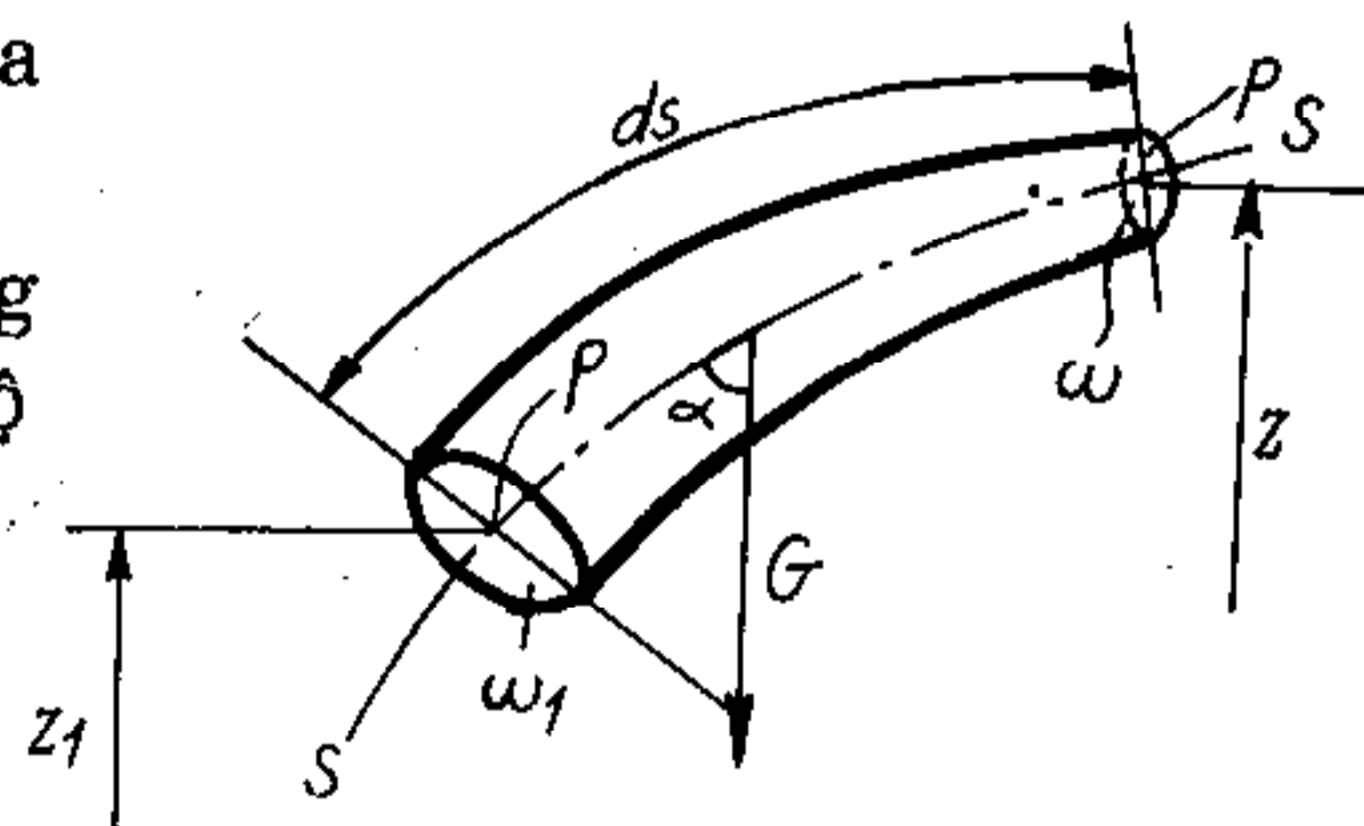
Tại mặt cắt thứ hai ta chọn trong đó cao trình  $z$ , áp suất  $p$  và vận tốc là bất kì.

Các mặt cắt khác đều được xác định bằng tọa độ cong  $s$ , trùng với trục lòng dẫn.

Trong bất cứ thời điểm nào sự phân bố áp suất trong lòng dẫn đều là hàm số của tọa độ  $s$ .

Gia tốc chuyển động của chất lỏng trong từng mặt cắt lòng dẫn là hàm số của tọa độ  $s$  và thời gian  $t$ , tức là :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{dv}{ds} \times \frac{ds}{dt}$$



Vì theo định nghĩa  $ds/dt = v$ , gia tốc chuyển động bằng :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \frac{v^2}{2} \quad (1)$$

Hình chiếu của lực quán tính trên trục dòng chảy được viết là :

$$\omega ds \rho \frac{dv}{dt} = \omega ds \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \omega ds \rho \frac{\partial}{\partial s} \frac{v^2}{2}$$

(trong đẳng thức đó  $\omega$  - mặt cắt lòng dẫn).

Hình chiếu trên trục dòng chảy của áp lực :

$$p\omega - \omega \left( p + \frac{\partial p}{\partial s} \times ds \right) = \frac{\partial p}{\partial s} \omega ds \quad (2)$$

Áp lực trên thành bên của lòng dẫn chiếu lên trục lòng dẫn bằng 0 vì thẳng góc.

Trọng lượng đoạn chất lỏng giữa các mặt cắt đã chọn chiếu lên trục dòng chảy s :

$$g\rho\omega ds \cos\alpha = -g\rho\omega ds \frac{dz}{ds} \quad (3)$$

Chất lỏng được xem là không nhớt.

Viết phương trình cân bằng lực lên đoạn chất lỏng đang xét :

$$\rho\omega ds \frac{\partial v}{\partial t} + \rho\omega ds \frac{\partial}{\partial s} \frac{v^2}{2} = -\omega ds \frac{\partial p}{\partial s} - g\rho\omega ds \frac{dz}{ds}$$

hoặc, nếu chất lỏng là không nén :

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + zg \right) = 0 \quad (4)$$

Đối với thời điểm đã định dạng thức nói trên được tích phân dọc dòng chảy trong phạm vi giữa hai mặt cắt đã chọn :

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \int \frac{\partial v}{\partial t} ds + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz \quad (5)$$

Tại mặt cắt thứ nhất tổng số cơ năng là

$$v_1^2/2 + p_1/\rho + gz_1, \text{ thay đổi theo thời gian.}$$

Vì vậy tổng số :

$$\int_s \frac{\partial v}{\partial t} ds + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz$$

dọc lòng dẫn cũng là hàm số của thời gian.

Sự thay đổi cơ năng của dòng chảy giữa mặt cắt thứ nhất và mặt cắt bất kì thứ hai tại thời điểm đang xét sẽ là :

$$\left( \frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 \right) - \left( \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz \right) = \int_s \frac{\partial v}{\partial t} ds \quad (6)$$

Trị số tích phân là tổn thất cơ năng để thắng quán tính tính cho một đơn vị khối lượng chất lỏng được giới hạn giữa hai mặt cắt đã chọn của dòng chảy trong một thời đoạn.

Đối với chất lỏng nhớt hiệu số cơ năng trong các mặt cắt đang xét của dòng chảy phải tăng lên do tổn thất thủy lực  $\Delta p_w/\rho$ .

## §XVII-2. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG KHÔNG ỔN ĐỊNH CỦA DÒNG CHẤT LỎNG TRONG ỐNG TRỤ TRÒN

Trong trường hợp riêng đặc biệt quan trọng, khi lòng dẫn là ống có mặt cắt không đổi thì ở bất cứ thời điểm nào vận tốc tại tất cả các mặt cắt đều như nhau.

Điều đó có nghĩa là  $\partial v/\partial t = dv/dt$ .

Trong trường hợp đang xét

$$\int \frac{\partial v}{\partial t} ds = \frac{dv}{dt} s$$

(tích phân  $\int (\partial v / \partial t) ds$  được gọi là cột nước quán tính).

Do đó trong chuyển động không ổn định trong ống đối với đoạn dòng chảy giữa hai mặt cắt đã chọn, đẳng thức sau đây là đúng :

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + gz_2 + \frac{\Delta p_w}{\rho} + \frac{dv}{dt} s \quad (7)$$

Đây là phương trình bảo toàn năng lượng tính cho một đơn vị khối lượng chất lỏng trong chuyển động không ổn định.

Nếu cơ năng tính cho một đơn vị trọng lượng chất lỏng thì nó có dạng :

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + h_w + \frac{s}{g} \frac{dv}{dt} \quad (8)$$

Phương trình (7) gọi là phương trình Becnui cho chuyển động không ổn định. Ta xem xét ví dụ sau đây.

Thùng chứa có cột nước bằng  $H_0$ , được nối liền với một ống nằm ngang có chiều dài  $l$  và đường kính  $d$ .

Cuối ống có lắp một khóa.

Ta xác định thời đoạn của sự chuyển tiếp trạng thái chảy từ thời điểm mở khóa đến khi bắt đầu trạng thái chuyển động không ổn định của chất lỏng trong ống.

Giả thiết là mực chất lỏng trong bình chứa là không đổi.

Cột nước trong bình  $H_0$  trong từng thời điểm phải bảo đảm : cột nước vận tốc trong ống  $v^2/(2g)$ , thắng được sức cản thủy lực  $h_w = \lambda(l/d) \cdot [v^2/(2g)]$  và cột nước quán tính  $(l/g) (dv/dt)$ .

Phương trình Becnui đối với quá trình chuyển tiếp sẽ là :

$$H_0 = \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \frac{l}{g} \frac{dv}{dt}$$

do đó khi chia biến số, ta có :

$$dt = \frac{dv}{\left[ H_0 - \left( 1 + \lambda \frac{l}{d} \right) \frac{v^2}{2g} \right] \frac{g}{l}}$$

Gọi  $gH_0/l = a$  và  $(1 + \lambda l/d)/(2l) = b$ :

Độ chênh thời gian có quan hệ đến sự thay đổi vận tốc chảy trong ống :

$$dt = dv/(a - bv^2) \quad (9)$$

Thời đoạn mà vận tốc trong ống trở nên ổn định kí hiệu là  $t_0$ .

Vận tốc của chuyển động ổn định bằng :

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda l/d}} \sqrt{2gH_0}$$

Tích phân (9) ta được biểu thức của sự thay đổi vận tốc chảy trong ống :

$$t + c = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} v}{\sqrt{a} + \sqrt{b} v}$$

hoặc là :

$$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} v}{\sqrt{a} + \sqrt{b} v} = e^{-2\sqrt{ab}(t+c)} \quad (10)$$

Khi  $t = 0$  (thời điểm mở khóa ở cuối ống), vận tốc chảy  $v$  bằng 0, do đó :

$$e^{-2\sqrt{ab} - c} = 1$$

$$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} v}{\sqrt{a} + \sqrt{b} v} = e^{-2\sqrt{ab} t} \quad (11)$$

Khi  $t$  tiến đến vô cùng ( $t \rightarrow \infty$ ), thì vận tốc dòng chảy chất lỏng trong ống trở thành gần bằng :

$$v = \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{gH_0}{l - \frac{1 + \lambda l/d}{2l}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda \frac{l}{d}}} \sqrt{2gH_0} = v_0 \quad (12)$$

Trong thực tế trạng thái chuyển tiếp kéo dài trong một thời đoạn nhất định.

Để sử dụng cách giải này ta công nhận là thời đoạn của trạng thái chuyển tiếp của dòng chất lỏng trong ống được đánh giá bằng thời gian mà trong đó vận tốc thay đổi từ 0 đến  $0,99 v_0$ .

Trong trường hợp này thời đoạn của trạng thái chảy không ổn định

$$t_0 \approx \frac{\ln 199}{2\sqrt{ab}} = \frac{5,281}{\sqrt{2gH_0} (1 + \lambda l/d)} \quad (13)$$

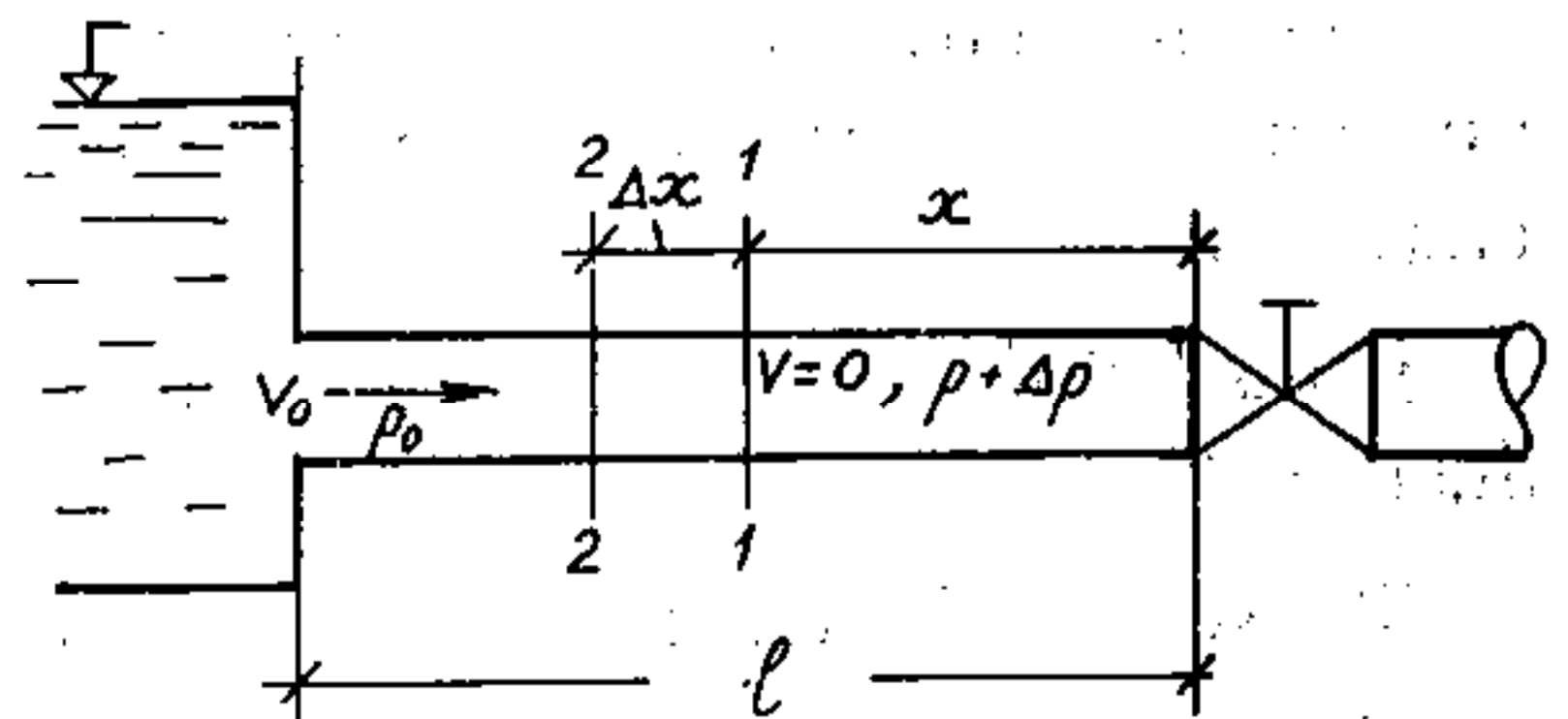
### §XVII-3. NƯỚC VA TRỤC TIẾP

Sự thay đổi đột ngột vận tốc chảy trong ống có áp của chất lỏng gây ra trong ống một giá trị tức thời tăng (giảm) áp suất. Hiện tượng đó gọi là nước va.

Ta xét một sơ đồ hãm dòng chất lỏng, chuyển động trong ống có đường kính không đổi.

Chất lỏng chảy từ bình chứa và chuyển động theo ống, cuối ống được lắp một khóa đóng mở tức thời.

Khi khóa được đóng tức thời, một phần chất lỏng ở sát khóa tại thời điểm này mất vận tốc và truyền sự



nén đến các lớp chất lỏng khác trong ống. Sự nén chất lỏng gây nên sự biến dạng đàn hồi và tăng áp suất cục bộ.

Khối chất lỏng đang chuyển động trong ống hết lớp nọ đến lớp kia bị dừng lại và sự tăng áp suất truyền dọc theo ống, hình thành một sóng tăng áp suất, chuyển động theo hướng từ khóa đến bình chứa.

Trong thời điểm  $t$  diện sóng tăng áp suất ở cách khóa một đoạn  $x$ .

Trước khi có sự dừng chất lỏng, áp suất là  $p_0$ , còn vận tốc chảy là  $v_0$ . Trong đoạn chất lỏng bị dừng (nằm giữa 1-1 và khóa) áp suất trở nên bằng  $p_0 + \Delta p$ .

Trong thời đoạn  $\Delta t$  khối chất lỏng bị dừng là  $\rho \omega \Delta x$  và diện sóng tăng áp suất đã di chuyển một đoạn là  $\Delta x$ .

Vận tốc truyền sóng tăng áp suất  $\Delta p$  (cũng là tốc độ truyền âm trong chất lỏng) được xác định bằng công thức :

$$c = \Delta x / \Delta t$$

Trong thời đoạn  $\Delta t$  có một lực tác động lên khối chất lỏng, lực đó xuất hiện do có sự chênh áp suất tại các mặt cắt 1-1 và 2-2 :

$$(p_0 + \Delta p)\omega - p_0\omega = \Delta p\omega$$

Trong thời gian  $\Delta t$  có một sự thay đổi động lượng của khối chất lỏng :

$$\rho \omega \Delta x (v_0 - 0) = \rho \omega \Delta x v_0$$

Vì khối đó trong thời điểm  $t$  chuyển động với vận tốc  $v_0$ , còn trong thời điểm  $t + \Delta t$  khối đó hoàn toàn bị dừng lại nên xung của các lực tác dụng bằng sự biến đổi động lượng tương ứng.

Vì vậy khi khối chất lỏng bị dừng lại đột ngột thì trong ống, điều kiện sau đây được thỏa mãn :

$$\rho \omega \Delta x v_0 = \Delta p \omega \Delta t$$

Do đó, độ tăng áp suất do dòng chảy bị dừng lại trong ống là :

$$\Delta p = \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} v_0 = \rho c v_0 \quad (14)$$

Trong nước va, sự tăng áp suất (do dòng chảy bị dừng) tỉ lệ với mật độ của nó với vận tốc truyền âm và với vận tốc chảy trước khi có sự dừng chất lỏng.

Công thức trên do N. E. Jucôpxki đề xuất và được gọi là công thức Jucôpxki.

Ta xét sơ đồ truyền diện sóng áp suất.

Giả thiết chất lỏng là không nhớt và sự truyền sóng áp suất xảy ra không có sự tiêu hao cơ năng (bỏ qua tổn thất).

Sau khi đóng khóa diện sóng áp suất được truyền dọc ống ngược với chiều chảy của chất lỏng.

Nếu chiều dài ống bằng  $l$ , thì đến cuối thời đoạn  $t_0 = l/c$  toàn bộ chất lỏng trong ống đều bị dừng lại.

Cùng lúc đó từ bình chứa với sự nén đàn hồi của thể tích chất lỏng  $W$  một khối chất lỏng bổ sung chảy vào ống là :  $\Delta W = W\Delta p/K$

(Trong đó :  $K$  - môđun đàn hồi của chất lỏng)

Công của sự nén đàn hồi, bằng :

$$\Delta p \Delta W / 2$$

(theo định luật Guk) và bằng động năng của khối chất lỏng bị dừng lại :

$$\rho W v_0^2 / 2 = \Delta p \Delta W / 2 \quad (15)$$

Bây giờ áp suất của chất lỏng trong ống  $p_0 + \Delta p$  lớn hơn áp suất trong bình và chất lỏng bắt đầu chuyển ngược về phía bình chứa.

Xảy ra sự dãn nở đàn hồi của khối chất lỏng trong ống. Trong thời đoạn  $t_0$  sự dãn nở kéo theo sự phục hồi áp suất ban đầu  $p_0$  trong ống.

Lúc này diện sóng áp suất di chuyển về phía khóa, còn vận tốc chảy của toàn bộ khối chất lỏng trong ống lại trở nên bằng  $v_0$ , nhưng lúc này vận tốc lại hướng về phía bình chứa.

Khi chất lỏng bị dừng lại năng lượng tích tụ của sự nén đàn hồi lại được hình thành với lượng dự trữ cơ năng như trước đây.

Điều đó chứng tỏ rằng, khối chất lỏng trong ống có một lượng dự trữ năng lượng nội tại của sự nén đàn hồi (công của nén đàn hồi từ 0 đến  $p_0$ ).

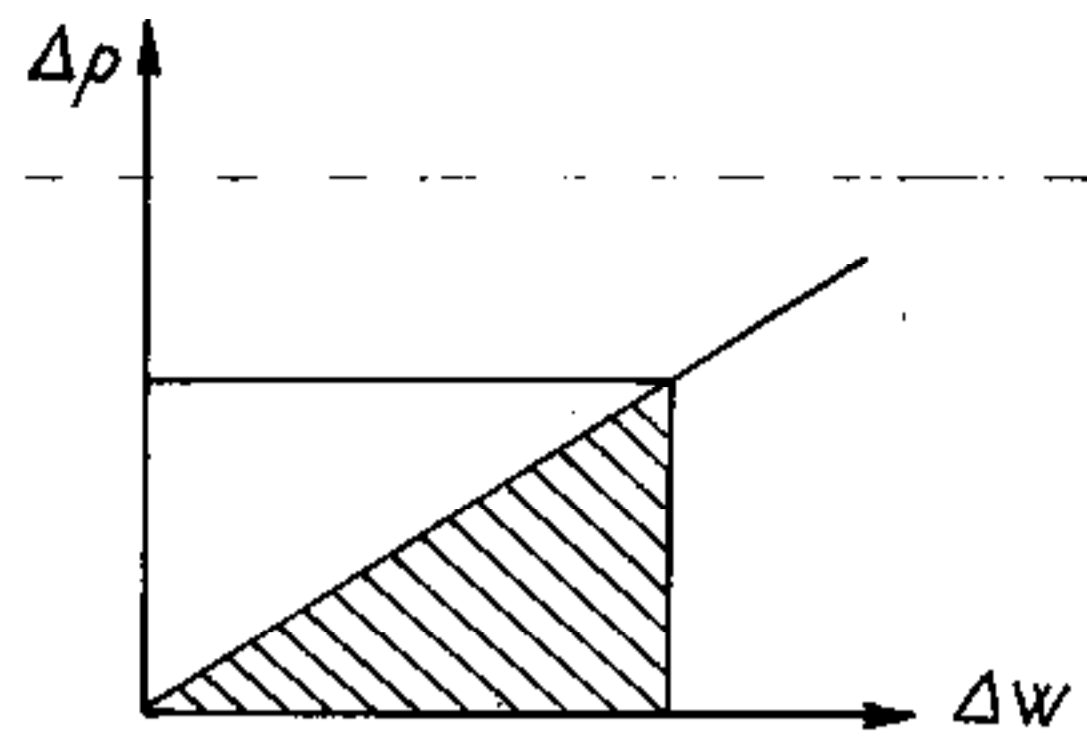
Sự dãn nở đàn hồi của chất lỏng dẫn đến việc chất lỏng chuyển động với vận tốc  $v_0$  (bằng vận tốc ban đầu của chất lỏng) về phía bình chứa bị dừng lại.

Động năng của dòng chảy đó bằng  $\rho W v_0^2 / 2$ .

Từ ống, chất lỏng chỉ chảy ngược lại vào bình một khối lượng là  $\Delta W$ , là khối lượng chất lỏng đã chảy từ bình vào ống trước đây.

Công của lực đàn hồi khi chất lỏng bị dừng lại cũng bằng khi nó bị nén. Do đó, trong thời đoạn  $t_0 = l/c$  toàn bộ chất lỏng trong ống dừng lại và áp suất trong đó bằng  $p_0 - \Delta p$ .

Áp suất trong bình bây giờ cao hơn trong ống.

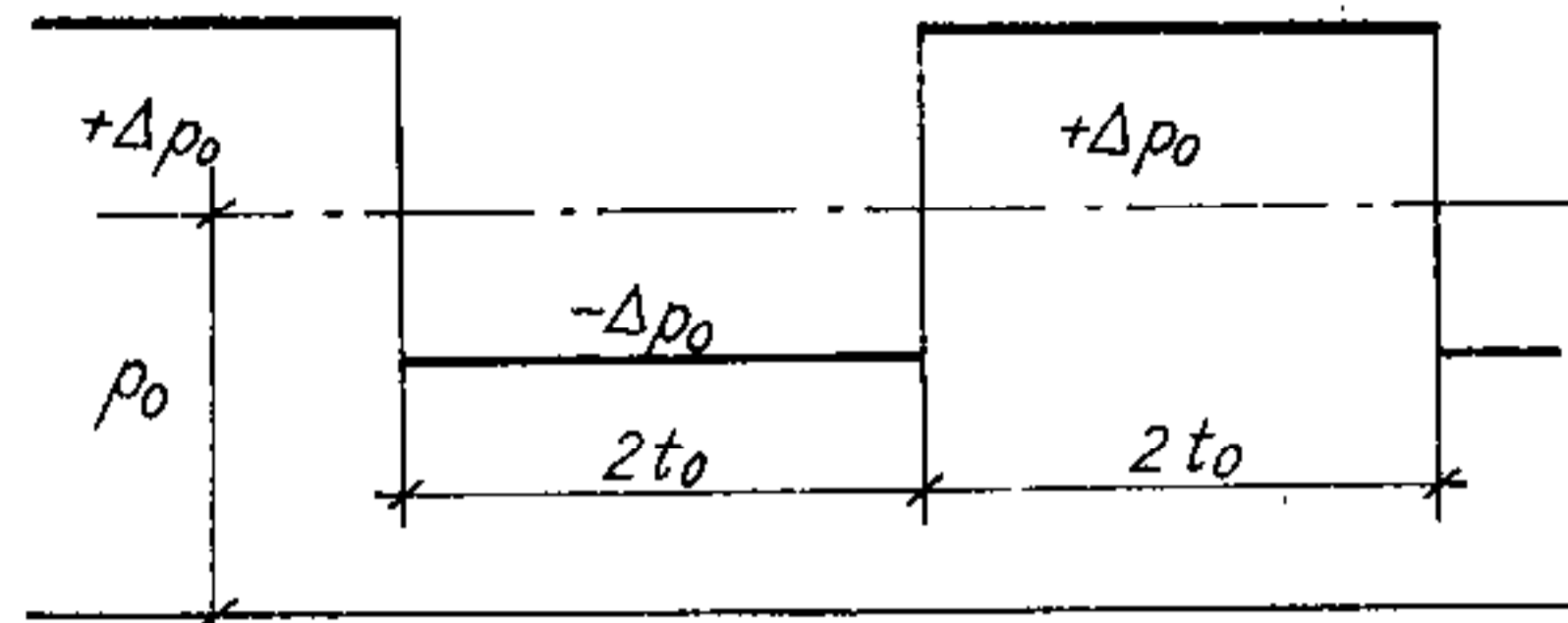


Bắt đầu có sự chảy của chất lỏng ngược vào ống với vận tốc  $v_0$  đồng thời với sự phục hồi áp suất  $p_0$ .

Khi diện sóng phục hồi áp suất  $p_0$  đạt đến khóa đang bị đóng ở cuối ống, nước va lại lập lại.

Nếu ta đo áp suất chất lỏng trực tiếp tại khóa, áp suất sẽ thay đổi từ  $p_0 + \Delta p$  đến  $p_0 - \Delta p$ .

Chu kỳ ứng với giá trị không đổi của áp suất bằng  $2t_0 = 2l/c$ .



*Sự thay đổi áp suất tại khóa phụ thuộc vào thời gian trong nước va*

Quá trình dao động nói trên của dòng chảy chất lỏng, xuất hiện trong nước va chỉ có thể xảy ra khi không có tính nhớt.

Trong thực tế bất kỳ một loại chất lỏng nào cũng có tính nhớt, vì vậy quá trình chất lỏng bị dừng lại do sự tích lũy năng lượng của nén đàn hồi và sự phục hồi động năng của chất lỏng do công của nội lực, là quá trình không hoàn lại.

Ví dụ, khi chất lỏng bị dừng lại trong thời đoạn  $t_0$  chất lỏng tiếp tục chuyển động với vận tốc  $v_0$  đối với thành ống, do đó không tránh khỏi tổn thất thủy lực và sự biến đổi một phần động năng thành nhiệt.

Trong quá trình dừng lại của chất lỏng không phải tất cả động năng chuyển thành năng lượng dự trữ của nén đàn hồi, mà một phần của nó do công của lực nhớt biến thành nhiệt.

Giá trị tổng cộng của lực nhớt sẽ tăng với từng chu kỳ nén.

Hiện tượng đó sẽ xảy ra ngay cả khi khối chất lỏng giãn nở, khi chất lỏng chảy từ ống vào bình chứa.

Điều đó có nghĩa là biên độ dao động áp suất sau nước va sẽ giảm dần đến bằng 0.

#### §XVII-4. TỐC ĐỘ TRUYỀN SÓNG NƯỚC VA (TRONG ỐNG ĐÀN HỒI)

Sự tăng áp suất trong nước va dẫn đến sự giãn nở thành ống.

Sự biến dạng thành ống đến lượt mình làm thay đổi tốc độ truyền diện sóng áp suất trong môi trường chất lỏng đang xét (tốc độ âm thanh) và đại lượng nước va.

Ống được xem là ống hình trụ mỏng có đường kính  $D$  và chiều dày thành ống  $e$ .

Giả thiết ứng suất pháp  $\sigma$  phân bố đều trong thành ống.

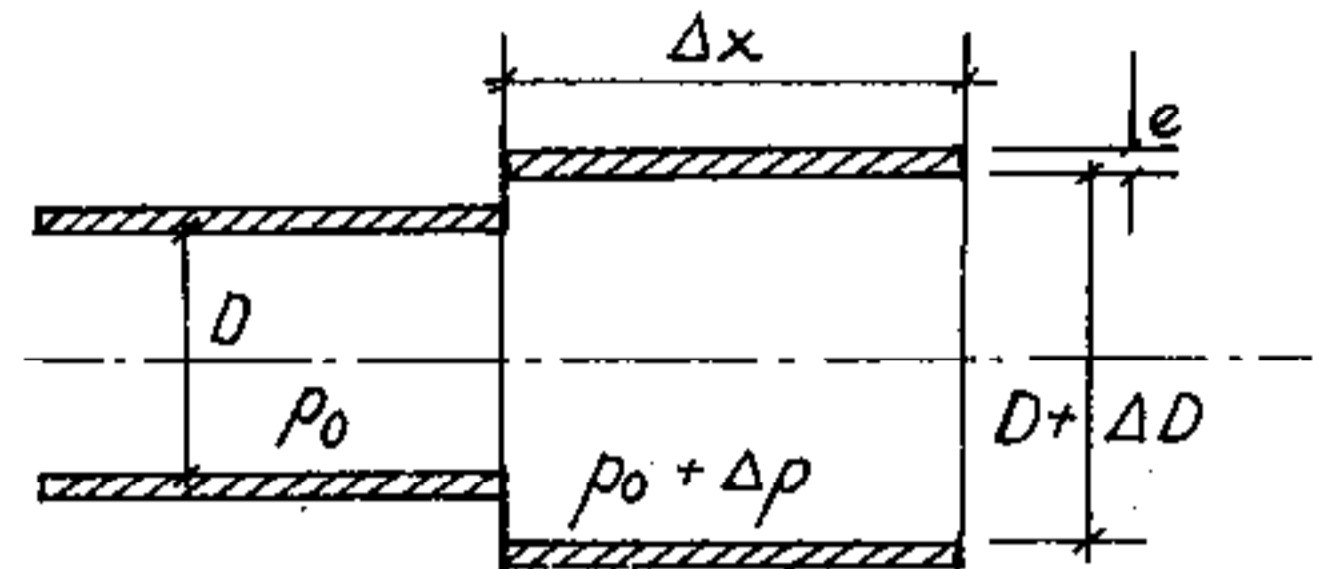
Sự thay đổi áp suất trong chất lỏng chứa đầy ống gây nên sự biến đổi ứng suất trong thành ống :

$$\sigma = \frac{\Delta p D}{2e}$$

Thành ống làm việc ở trạng thái kéo và độ dài tương đối của nó bằng sự thay đổi tương đối đường kính ống.

$$\frac{\Delta e}{e} = \frac{\Delta D}{D} = \frac{\sigma}{E}$$

Trong đó:  $E$  - môđun đàn hồi của vật liệu ống.



Sự thay đổi đường kính ống do áp suất tăng

$$\Delta D = \frac{\sigma}{E} D = \frac{\Delta p D^2}{2eE}$$

Trong thời đoạn  $\Delta t$  diện sóng áp suất di chuyển dọc ống một đoạn  $\Delta x$ .

Trên đoạn đó đường kính ống tăng một lượng  $\Delta D$ .

Mật độ chất lỏng trước khi áp suất tăng lên  $\Delta p$  là  $\rho$ , sau khi áp suất tăng là  $\rho + \Delta \rho$ .

Gia số khối lượng chất lỏng trong đoạn ống có chiều dài  $\Delta x$  trong thời đoạn  $\Delta t$  (không kể đến các giá trị bậc cao) là :

$$\Delta M = \frac{\pi}{4} (\rho + \Delta \rho) (D + \Delta D)^2 \Delta x - \frac{\pi}{4} D^2 \rho \Delta x = \frac{\pi}{4} (\Delta \rho D^2 + 2D \Delta D \rho) \Delta x$$

Mặt khác gia số khối lượng chất lỏng được xác định bằng dòng chảy đến trong phạm vi đoạn  $\Delta x$  trong thời đoạn  $\Delta t$  với vận tốc  $v_0$  :

$$\Delta M = v_0 \rho \frac{\pi D^2}{4} \Delta t$$

Từ điều kiện liên tục ta viết được đẳng thức :

$$v_0 \rho \frac{\pi D^2}{4} \Delta t = \frac{\pi}{4} (\Delta \rho D^2 + 2D \Delta D \rho) \Delta x$$

Chú ý rằng  $\Delta \rho / \rho = \Delta p / K$  và  $\Delta x / \Delta t = c$ , chia vế trái và vế phải của đẳng thức cho  $\rho D^2$ , ta có :

$$v_0 = c \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{eE} \right) \Delta p$$

Vì  $\Delta p = \rho v_0 c$ , thì đẳng thức trên có dạng :

$$1 = \left( \frac{\rho}{K} + \frac{D\rho}{eE} \right) c^2$$



Phương trình viết cho tốc độ truyền âm trong chất lỏng trong ống tròn thành mỏng, có xét đến sự biến dạng của thành ống khi xảy ra nước va có dạng :

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \frac{1}{\sqrt{1 + DK/(eE)}} \quad (16)$$

Vì tốc độ truyền âm thanh trong chất lỏng là

$$c_0 = \sqrt{K/\rho} \quad (17)$$

nên có thể viết :

$$c = c_0 \frac{1}{\sqrt{1 + DK/(eE)}} \quad (18)$$

Việc so sánh đại lượng nước va trong chuyển động của chất lỏng và chất khí có ý nghĩa thực tế nhất định.

Ví dụ tốc độ truyền âm trong nước và không khí bằng 1300 và 470 m/s vận tốc dòng chảy trong ống dẫn nước và dẫn khí là 1,5 và 50 m/s.

Mật độ nước 900 lần lớn hơn mật độ không khí.

Độ lớn của tỉ số tăng áp suất trong dòng khí và dòng nước khi có sự dừng lại đột ngột bằng :

$$\frac{(\rho c v_0)_{\text{kkhi}}}{(\rho c v_0)_{\text{nước}}} = \frac{1}{900} \frac{470 \cdot 50}{1300 \cdot 1,5} = 0,013$$

Sự tăng áp suất khi dòng khí bị dừng lại bằng chừng 1% so với độ tăng áp suất khi dòng chất lỏng bị dừng lại, vì vậy kết cấu của các thiết bị đóng mở trong hệ thống vận chuyển chất lỏng (van, khóa) luôn luôn được thiết kế cho dòng bị dừng lại từ từ, tránh việc để cho dòng bị dừng lại đột ngột.

Sự dừng lại của dòng khí trong ống dẫn khí không gây nên sự tăng áp suất đáng kể, do đó thiết bị tiết lưu trong trường hợp này không cần phải chỉ là để thực hiện việc dừng từ từ dòng chảy.

Điều đó cho phép sử dụng các van kiểu nút, rơi...

## §XVII-5. NƯỚC VA GIÁN TIẾP

Trong mục §XVII-3 ta xem xét sơ đồ nước va xảy ra trong điều kiện dừng tức thời dòng chất lỏng.

Gắn với thực tế hơn là sơ đồ đóng khóa từ từ.

Ta dừng lại sơ đồ gồm một bình chứa và một ống dẫn có lắp khóa ở cuối ống.

Khi giảm dần mặt cắt ướt của ống tại khóa (đóng khóa từ từ) vận tốc dòng chảy trong ống cũng giảm dần. Khi đóng khóa trong ống có  $v_0$ .

Trong thời đoạn  $t_s$ , mặt cắt ướt tại vị trí khóa trở nên bằng 0 (khóa đóng hoàn toàn) thì vận tốc trong ống cũng trở nên bằng 0.

Ta xét quá trình dừng lại của chất lỏng tại chỗ sát khóa, tức là tại mặt cắt cuối ống.

Tại thời điểm  $t$ , ứng với độ mở nhất định của khóa, vận tốc trong ống bằng  $v$ .

Trong thời đoạn  $dt$  vận tốc trong mặt cắt đó giảm một lượng là  $dv$ .

Cũng trong thời gian đó một khối chất lỏng là  $\rho \omega dx$  bị dừng lại ; vận tốc khối đó bằng  $v - dv$ .

Gia số động lượng của khối đang xét trong thời đoạn  $dt$  bằng :

$$[v - (v - dv)] \omega \rho dx$$

Tại mặt cắt 1-1 tác động một lực  $p\omega$  (trong đó  $p$  là áp suất trong mặt cắt ống ở thời điểm  $t$ )

Tại mặt cắt 2-2 - lực  $(p + dp).\omega$

Xung lực khi chất lỏng bị dừng lại của khối đang xét bằng :

$$[(p + dp) - p] \omega dt$$

Quá trình dừng lại của khối chất lỏng ở cuối ống được biểu thị bằng phương trình biến đổi động lượng :

$$[v - (v - dv)] \rho \omega dx = [(p + dp) - p] \omega dt$$

hoặc  $\rho dv dx = dp dt$

Trong thời đoạn  $dt$  khối chất lỏng đang xét thay đổi vận tốc chuyển động một lượng là  $dv$ .

Do đó, diện thay đổi áp suất (diện sóng nước va)  $dp$  dịch chuyển về phía ngược với chiều chuyển động của chất lỏng một khoảng là  $dx$ .

Vận tốc truyền diện áp suất trong chất lỏng, như đã biết bằng  $c$  (tốc độ âm thanh).

Do đó  $dx = c dt$

Gia số áp suất do giảm mặt cắt ướat tại khóa  $dp = \rho c dv$

Gia số đó được truyền đi với tốc độ âm thanh ngược chiều chảy của chất lỏng trong ống.

Do diện tích mặt cắt ướat tại khóa giảm và vận tốc chảy của chất lỏng trong ống giảm tương ứng, áp suất tại cuối ống tăng.

Tại thời điểm  $t$ , khi vận tốc ở cuối ống trở nên bằng  $v$ , độ tăng áp suất  $\Delta p$  được xác định bằng giá trị tích phân :

$$\Delta p = \int_v^{v_0} \rho c dv = \rho c (v_0 - v) \quad (19)$$

Lúc này nước với áp suất tăng sẽ chuyển động về phía bình với vận tốc không đổi bằng tốc độ âm thanh.

Mỗi sóng của sự thay đổi áp suất khi đạt đến bình chứa, được phản xạ lại, và về phía khóa bắt đầu có sự truyền sóng áp suất âm  $\Delta p$ , cũng như trong nước va trực tiếp.

Nếu chiều dài ống dẫn có trị số sao cho khi khóa bị đóng các sóng phản xạ đầu tiên của áp suất không đạt đến cuối khóa, thì đại lượng sóng phản xạ của áp suất sẽ không tồn tại.

Khi không có ảnh hưởng của sóng phản xạ đến gia số áp suất ở cuối ống tại thời điểm đóng khóa hoàn toàn sẽ là ;

$$2l/c > t_s$$

Điều đó có nghĩa là thời gian đủ cho sóng đi từ cuối ống đến bình chứa và sóng phản xạ của áp suất âm từ bình chứa ngược về cuối ống, lớn hơn thời gian đóng khóa.

Trong trường hợp này gia số áp suất bằng :

$$\Delta p = \rho c v_0$$

Gia số áp suất xuất hiện ở cuối khóa khi có nước va cũng giống như trong nước va trực tiếp.

Ví dụ : tốc độ truyền âm trong nước lấy bằng 1300 m/s và thời gian đóng khóa  $t_s = 3s$ , ta được : nước va trực tiếp có thể xảy ra trong ống có chiều dài không nhỏ hơn :

$$l = ct_s/2 = 1300.3/2 = 1950m$$

Nếu chiều dài ống dẫn đủ cho phép sóng phản xạ của áp suất âm đi đến cuối ống trước khi khóa kịp đóng, gia số áp suất được cộng thêm vào.

Trong trường hợp này gia số áp suất tổng cộng sẽ nhỏ hơn là trong trường hợp nước va trực tiếp.

Nước va như vậy được gọi là nước va gián tiếp.

Ta xét nước va gián tiếp, khi khóa bảo đảm được quan hệ tuyến tính giữa vận tốc chảy ở cuối khóa và thời gian đóng khóa.

Ở đây thỏa mãn điều kiện :

$$\Delta p_2 = \rho c v_0 - \rho c v_0 \left( 1 - \frac{2l}{ct_s} \right) = \rho c v_0 \frac{2l}{ct_s} = \rho v_0 \frac{2l}{t_s}$$

Từ phương trình nhận được nói trên, khóa đóng càng chậm thì gia số áp suất ở cuối ống gây nên bởi việc đóng khóa càng nhỏ, và đường ống càng ngắn, khóa có thể hoạt động càng nhanh.

Ta xét một ví dụ về cách giảm nước va, khi có sự biến đổi tuyến tính vận tốc trong ống trong chu kỳ đóng khóa với chiều dài ống  $l = 1000m$ , tốc độ truyền âm thanh  $c = 1300 m/s$  và thời gian đóng khóa  $t_s = 5s$ .

Sự giảm tương đối áp suất trong nước va gián tiếp so với trực tiếp sẽ là :

$$\frac{\rho v_0 \frac{2l}{t_s}}{\rho v_0 c} = \frac{2l}{ct_s} = \frac{2.1000}{1300.5} = 0,3$$

tức là áp suất lớn nhất trong trường hợp này bằng khoảng 30% áp suất trong nước va trực tiếp.