

§4. LÝ THUYẾT CỐ KẾT THẨM VÀ TÍNH TOÁN ĐỘ LÚN THEO THỜI GIAN

Khi thiết kế các công trình, biết độ lún ổn định cuối cùng của nền đất cũng chưa đủ để làm sáng tỏ điều kiện làm việc bình thường của công trình mà còn phải biết quá trình lún của công trình, nghĩa là phải biết độ lún ứng với một thời điểm nào đó trong quá trình xây dựng và sử dụng công trình. Sở dĩ như vậy là biến dạng lún của đất, nhất là đất loại sét không xảy ra ngay và kết thúc ngay sau khi tải trọng công trình tác dụng mà còn tăng thêm trong một thời gian nhất định, có khi rất dài hàng chục năm hoặc trăm năm mới đạt đến giới hạn ổn định.

Thực tế xây dựng trong những năm qua đã chứng minh rằng, sự an toàn của công trình không những chỉ phụ thuộc vào trị số tuyệt đối về độ lún, mức độ lún không đều của nền đất, mà còn phụ thuộc vào tốc độ lún theo thời gian. Trong nhiều trường hợp mặc dù độ lún cuối cùng giữa các bộ phận của công trình không chênh lệch nhau lớn lắm, nhưng trong quá trình cố kết (nén chặt) của đất, nếu tốc độ lún lớn hơn giới hạn quy định thì có thể làm cho độ lún không đều vượt quá giới hạn cho phép làm cho công trình bị hư hỏng.

Để xác định độ lún của nền đất theo thời gian dưới tác dụng của tải trọng, hiện nay có nhiều phương pháp tính toán khác nhau, xây dựng trên cơ sở những lý thuyết khác nhau về sự cố kết của đất. Tuy nhiên tất cả những lý thuyết nêu ra chỉ gần đúng so với thực tế, bởi vì các giả thiết tính toán cũng như các điều kiện ban đầu và các điều kiện để giải các bài toán cố kết của đất chưa thỏa mãn được đầy đủ các vấn đề phức tạp xảy ra trong môi trường đất.

Như ta đã biết, lún của nền đất là chỉ do đất giảm thể tích lỗ rỗng, nếu đất bão hòa nước, hiện tượng lún của đất chỉ xảy ra khi nước trong các lỗ rỗng phải đồng thời được thoát ra ngoài nền đất và người ta gọi đó là *quá trình cố kết thẩm*. Tùy theo nước thẩm theo mấy phương mà người ta gọi đất cố kết theo một chiều hay hai chiều và ba chiều.

Thực tế thì hầu hết các nền đất cố kết theo hai hoặc ba chiều, nhưng do khó khăn trong việc xác định các điều kiện biên thực tế nên thông thường người ta vẫn dùng lời giải của bài toán cố kết thẩm một chiều. Do vậy, ở đây chỉ giới thiệu chủ yếu phương pháp tính toán độ lún chưa ổn định theo lý thuyết cố kết của Terzaghi-Gerxevanov. Phương pháp này tuy có một số thiếu sót nhất định nhưng tương đối đơn giản dễ dàng và đủ chính xác đối với nền bão hòa nước.

Trong thực tế, khi tính toán độ lún theo thời gian người ta thường dùng một khái niệm gọi là *độ cố kết*. Theo định nghĩa độ cố kết U_t là tỷ số giữa độ lún S_t của nền đất ở thời điểm (gian) t đang xét và độ lún ổn định cuối cùng S ứng với thời gian $t=\infty$, tức là:

$$U_t = \frac{S_t}{S} \quad (\text{III} - 73)$$

Dựa vào công thức trên, có thể tính toán được trị số độ lún S_t ở thời gian t bất kỳ nếu biết được U_t như sau:

$$S_t = U_t \cdot S \quad (\text{III} - 74)$$

Ở đây ta có nhận xét rằng: ở thời điểm $t = 0$ thì có độ cố kết $U_t = 0$ thì $S_t = 0$ và khi $t = \infty$ thì độ cố kết $U_t = 1$ và $S_t = S$

Trong thời gian $0 < t < \infty$ thì $0 < U_t < 1$ và $S_t < S$

4.1. Lý thuyết cố kết thấm của K.Terzaghi và phương trình vi phân cố kết thấm

Khi nghiên cứu vấn đề biến dạng các mẫu đất trong phòng thí nghiệm, cũng như ngoài hiện trường đã đề cập đến vai trò của cố kết như một tính chất cơ học đặc thù của đất, làm cho biến dạng của đất phụ thuộc vào thời gian, chứ không xảy ra tức thời như các vật thể liên tục khác. Ảnh hưởng của quá trình cố kết đối với biến dạng của đất chỉ thể hiện rõ rệt, mạnh mẽ ở các đất dính như đất sét, còn đối với các đất rời thì nó ít có ý nghĩa thực tế.

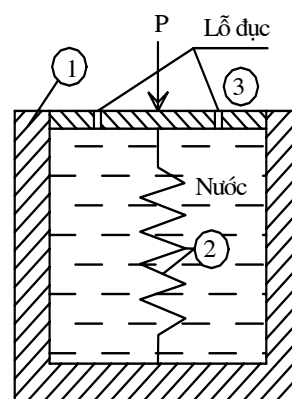
Hiện tượng cố kết của các đất sét no nước đã được K.Terzaghi giải thích dựa trên cơ sở lý thuyết cố kết thấm. Theo lý thuyết này, thì yếu tố quyết định quá trình cố kết là sự thoát nước tự do trong các lỗ rỗng ra ngoài, do đất sét có tính thấm bé, nước lỗ rỗng không thể thoát ra nhanh được, nên biến dạng lún của đất cũng không thể xảy ra tức thời, mà phải có thời gian để hoàn thành.

Để mô tả quá trình nén lún (quá trình cố kết) của đất. K. Terzaghi đã kiến nghị một mô hình cố kết, gồm một bình chứa đầy nước 1 với một lò xo 2, gắn liền với một nắp pistông có đục lỗ (Hình III-18). Khi cho tác dụng trên nắp bình một tải trọng với cường độ p , thì ngay lúc bắt đầu tăng tải, toàn bộ tải trọng ấy đều do nước trong bình tiếp thu, và lò xo chưa bị biến dạng. Tiếp đó, dưới tác dụng của gradien thủy lực tăng lên, nước trong bình bắt đầu thoát ra qua lỗ đục trên nắp, áp lực trong nước giảm dần, phần tải trọng truyền lên lò xo tăng lên dần và lò xo ngày càng bị nén, làm cho nắp bình dần dần lún xuống, quá trình đó cứ tiếp tục mãi cho đến lúc gradien thủy lực giảm xuống bằng không và nước trong bình không thoát ra ngoài nữa. Lúc đó, lò xo bị nén đến mức tối đa và nắp bình ngừng lún. Như vậy, tại thời điểm bất kỳ khi $0 < t < \infty$ ứng suất do tải trọng ngoài gây ra gồm hai phần, ứng suất hữu hiệu p_h (do lò xo tiếp thu) và ứng suất trung tính p_w (do nước tiếp thu), tức là:

$$p = p_h + p_w \quad (\text{III} - 75)$$

Ở đây, nếu coi nước trong bình như là mô hình hóa của nước trong đất, các lò xo coi như là cốt đất và các lỗ của nắp pistông coi như lỗ rỗng trong đất. Thì rõ ràng là hoạt động của mô hình trên đây nói lên tương tự quá trình cố kết của đất sét bão hòa nước trong thực tế của nền công trình.

Theo mô hình này có thể nhận thấy rằng, khi có tải trọng công trình tác dụng, trong nền đất có xảy ra sự phân bố lại ứng suất, sức chống kháng của cốt đất tăng lên dần theo thời gian cùng với sự tăng của ứng suất do cốt đất tiếp thu tải trọng



Hình III-18

ngoài, chính phân tải trọng p_h mới làm cho các hạt đất xích lại gần nhau tức là làm cho nền đất lún xuống, cho nên muốn biết quan hệ giữa độ lún và thời gian, thì cần phải biết quan hệ giữa p_h và thời gian. Tuy vậy cũng có thể tìm quan hệ giữa p_w và thời gian đơn giản và dễ hơn.

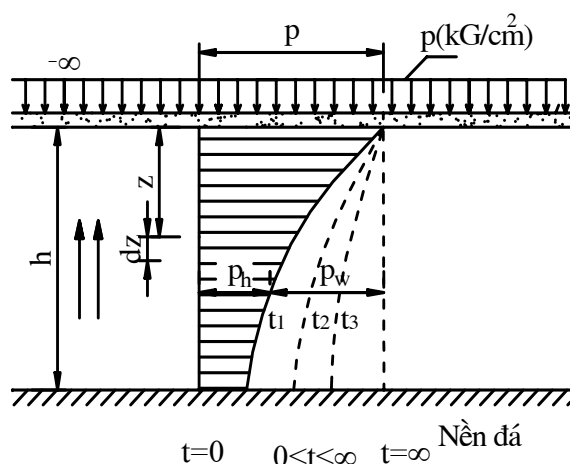
Thực tế đã cho thấy rằng, giữa các kết quả tính toán ra theo lý thuyết cố kết thấm này và các số liệu thực đo ở hiện trường, đôi khi có những khác biệt lớn. Sở dĩ, như vậy là vì trong lý thuyết này chưa xét đến ảnh hưởng của một số nhân tố quan trọng (như: chưa xét đến sự thay đổi tính nén, trị số gradient thủy lực ban đầu, biến dạng từ biến của hạt đất, biến dạng của các thành phần trong đất và biến dạng tương hỗ giữa chúng với nhau v.v...) trong đó trước hết phải kể đến vai trò quan trọng của từ biến do tính nhớt các khung kết cấu gây ra.

Ngày nay, qua nhiều công trình nghiên cứu của nhiều tác giả trong và ngoài nước đã xác nhận rằng hiện tượng cố kết của các đất dính no nước không chỉ phụ thuộc vào sự thoát nước tự do trong các lỗ rỗng, mà bao gồm hai quá trình chính: cố kết thấm và biến dạng từ biến của các hạt đất. Theo phương hướng đó, nhiều tác giả như: V.A.Florin, V.G.Korotkin, N.NVcrigin, L.Renchilic, Ganillo, Trần Tống Cơ, R.E.Gibson v.v... đã tiến hành nghiên cứu và đã kiến nghị những lý thuyết hoặc công thức thực nghiệm, nhằm làm cho các kết quả lý luận phù hợp với thực tế hơn.

Để thành lập phương trình cơ bản của bài toán cố kết thấm một chiều, làm cơ sở cho việc rút ra các công thức tính lún của nền đất theo thời gian sau này, đều xuất phát từ các giả thiết cơ bản sau đây:

- Đất ở trạng thái hoàn toàn bão hòa nước, trong đất không có khí kín hoặc nếu có thì cũng chỉ chiếm một thể tích khá nhỏ, có thể bỏ qua được.
- Nước trong lỗ rỗng và hạt đất xem như không nén được
- Quá trình thoát nước lỗ rỗng chỉ xảy ra theo chiều thẳng đứng.
- Tốc độ lún của đất chỉ phụ thuộc vào tốc độ thoát nước lỗ rỗng, không phụ thuộc vào các yếu tố khác.
- Tốc độ thấm của nước trong lỗ rỗng rất nhỏ, do đó có thể áp dụng được định luật Darcy trong tính toán quá trình cố kết của đất.
- Hệ số thấm K và hệ số nén lún a của đất không thay đổi trong quá trình cố kết.

Khi xét quá trình nén lún của một lớp đất sét bão hòa nước, có chiều dày là h , dưới tác dụng tải trọng phân bố đều kín khắp (tương tự bài toán nén lún một chiều - khi nén mẫu đất sét no nước trong thiết bị không cho cho nở hông, trong thiết bị này tấm đá thấm lót dưới mẫu được thay bằng một tấm kim loại. Do đó, nước chỉ



Hình III-19: Sơ đồ tính toán trong trường hợp bài toán cố kết thấm một chiều

thoát ra theo chiều đi lên mà thôi) thì tại các thời điểm khác nhau biểu đồ phân bố áp lực hữu hiệu p_h [hoặc áp lực trung tính p_w có dạng đường cong như hình (III - 19)].

Để xác định trị số của các áp lực này, một số tác giả như K.Terzaghi, N.M.Gerxovanov và V.A.Florin đã dựa vào giả thiết cơ bản là: *lượng tăng lưu lượng nước bằng lượng giảm độ rỗng của đất*. Nếu xét lớp đất phân tố có chiều dày dz và diện tích tiết diện ngang bằng một đơn vị, nằm trong khối đất ở độ sâu z , theo giả thiết trên có thể viết:

$$\frac{\partial q}{\partial z} = - \frac{\partial n}{\partial t} \quad (\text{III - 76})$$

Trong đó: q và n - là lưu lượng nước và độ rỗng của đất.

Công thức (III - 76) là phương trình cơ bản của lý thuyết cố kết thấm đồng thời cũng là trường hợp đặc biệt của phương trình vi phân liên tục trong bài toán không gian về chuyển động của nước ngầm do viện sĩ N.N.Pavlovski đưa ra (1922).

Theo định luật thấm của Darcy thì lưu lượng nước q thấm qua khối đất phân tố tỷ lệ thuận với tốc độ thấm V và tiết diện F mà dòng thấm đi qua, tức là:

$$q = v \cdot F = K_z \cdot \frac{\partial H}{\partial z} ; \quad (\text{do } F = 1 \times 1) \quad (\text{III - 77})$$

Trong đó: K_z : hệ số thấm theo trục z

H : cột nước áp tác dụng ở mặt cắt đang xét, chính bằng chiều cao của cột nước trên mặt cắt ấy.

$$H = \frac{p_w}{\gamma_0} \quad \text{hay} \quad \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{1}{\gamma_0} \cdot \frac{\partial p_w}{\partial z} \quad (\text{III - 78})$$

Trong đó: γ_0 : trọng lượng riêng của nước.

Thay công thức (III - 78) vào (III - 77) sau đó lấy vi phân q theo z sẽ được:

$$\frac{\partial q}{\partial z} = - \frac{K_z}{\gamma_0} \cdot \frac{\partial^2 p_w}{\partial z^2} \quad (\text{III - 79})$$

Mặt khác theo định nghĩa của độ rỗng là:

$$n = \frac{V_r}{V} = \frac{e}{1 + e} \quad (\text{III - 80})$$

Trong quá trình nén đất hệ số rỗng e thay đổi (giảm đi) nhưng vì trị số $(1 + e)$ về tỷ lệ mà xét, thì thay đổi ít hơn so với bản thân e và để đơn giản trong việc lấy đạo hàm cho nên có thể coi mẫu số trong công thức (III - 80) là không đổi và bằng $(1 + e_{tb})$, trong đó e_{tb} là hệ số rỗng trung bình tính theo hệ số rỗng trước và sau khi chịu tải trọng. Từ đó có thể viết phương trình (III - 80) dưới dạng gần đúng như sau:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{1 + e_{tb}} \cdot \frac{\partial e}{\partial t} \quad (\text{III - 81})$$

Từ định luật nén lún của đất (công thức III - 5) có thể viết :

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -a \cdot \frac{\partial p_h}{\partial t} \quad (\text{III - 82})$$

Theo công thức (III - 75) có thể viết:

$$p_h = p - p_w \text{ hay } \frac{\partial p_h}{\partial t} = -\frac{\partial p_w}{\partial t} \quad (\text{III - 83})$$

Thay công thức (III - 83) và (III - 82) vào (III - 81) sẽ được:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{a}{1 + e_{tb}} \cdot \frac{\partial p_w}{\partial t} \quad (\text{III - 84})$$

Thay công thức (III - 84) và (III - 79) vào phương trình cơ bản của lý thuyết thấm (III - 76) ta có:

$$-\frac{K_z}{\gamma_0} \cdot \frac{\partial^2 p_w}{\partial z^2} = -\frac{a}{1 + e_{tb}} \cdot \frac{\partial p_w}{\partial t} \quad (\text{III - 85})$$

$$\text{hay: } \frac{\partial p_w}{\partial t} = \frac{K_z \cdot (1 + e_{tb})}{\gamma_0 \cdot a} \cdot \frac{\partial^2 p_w}{\partial z^2} \quad (\text{III - 86})$$

Nếu ký hiệu: $C_v = \frac{K_z \cdot (1 + e_{tb})}{\gamma_0 \cdot a}$: Hệ số cố kết thì công thức (III - 86) được viết

gọn dưới dạng sau:

$$\frac{\partial p_w}{\partial t} = C_v \cdot \frac{\partial^2 p_w}{\partial z^2} \quad (\text{III - 87})$$

Phương trình (III - 87) hoặc phương trình (III - 86) là phương trình vi phân cố kết thấm đối với đất sét bão hòa nước trong điều kiện bài toán một chiều, phương trình này cho phép xác định áp lực trung tính p_w (hay áp lực hữu hiệu p_h) của những điểm ở độ sâu z bất kỳ, tại thời điểm bất kỳ t , khi nền đất chịu tác dụng tải trọng không đổi.

4.2. Tính toán độ lún của nền đất theo thời gian trong điều kiện bài toán một chiều:

4.2.1. Trường hợp nền đồng nhất:

4.2.1.1. Trường hợp cơ bản:

Xét trường hợp đơn giản nhất, khi lớp đất có chiều dày h nằm trên một tầng cứng không thấm nước và chịu tác dụng của một tải trọng phân bố đều kín khắp trên mặt như hình (III - 19). Lúc này công thức tính toán áp lực trung tính p_w , được rút ra trên cơ sở của phương trình vi phân cố kết thấm (III - 87). Phương trình này là phương trình vi phân đạo hàm riêng loại Parabolic với các hệ số không đổi, tương tự như phương trình của bài toán truyền nhiệt. Nghiệm của nó có thể tìm được bằng cách tìm các nghiệm riêng, thỏa mãn các điều kiện biên và từ các nghiệm riêng đó tìm ra nghiệm tổng quát bằng những phương pháp toán học.

Trong trường hợp này các điều kiện ban đầu và điều kiện biên được thỏa mãn một cách dễ dàng, nếu dựa vào sự phân tích quá trình cố kết xảy ra trong lớp đất ấy.

Ở thời gian ban đầu, ngay khi gia tải thì toàn bộ tải trọng đều do nước trong các lỗ rỗng tiếp thu. Do đó, ở mọi điểm trong đất áp lực trung tính p_w có giá trị bằng cường độ P của tải tọng ngoài, ở các thời gian trung gian, ở ngay trên mặt đất là nơi thoát nước ra ngoài, áp lực trung tính của nước lỗ rỗng giảm xuống bằng không ($p_w = 0$), còn ở mặt tiếp xúc với tầng không thấm nước thì $\frac{\partial p_w}{\partial z}$ bằng không. Cuối cùng ở thời điểm $t = \infty$, thì mọi điểm trong nền đất áp lực trung tính của nước lỗ rỗng hoàn toàn tiêu tán và bằng không. Các điều kiện ban đầu và điều kiện biên có thể viết gọn như sau:

$$\left. \begin{aligned} \text{Khi } t = 0 \text{ và } 0 \leq z \leq h & \text{ thì } p_w = p \\ 0 < t < \infty \text{ và } z = 0 & \text{ thì } p_w = 0 \\ 0 < t < \infty \text{ và } z = h & \text{ thì } \frac{\partial p_w}{\partial z} = 0 \\ t = \infty \text{ và } 0 \leq z \leq h & \text{ thì } p_w = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{III} - 88)$$

Nếu áp dụng phương pháp tách biến số để tìm các nghiệm riêng thỏa mãn các điều kiện (III - 88) và vận dụng lý thuyết chuỗi Fourier để từ các nghiệm riêng đó tìm ra nghiệm tổng quát, thì kết quả sau khi giải phương trình (III - 87) là:

$$p_w(z,t) = \frac{4P}{\pi} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i} \cdot e^{-i^2 \cdot N} \cdot \sin\left(\frac{i\pi \cdot z}{2 \cdot h}\right) \quad (\text{III} - 89)$$

Trong đó: $N = \frac{\pi^2 \cdot C_v}{4 \cdot h^2} \cdot t$ - Nhân tố thời gian

$p_w(z,t)$ - áp lực trung tính trong lỗ rỗng ở độ sâu z tại thời điểm t đang xét;

e - cơ số logarit tự nhiên

i - số nguyên lẻ.

Sau khi đã xác định được trị số áp lực trung tính thì có thể tìm được độ cố kết và độ lún của nền đất theo thời gian.

Thực vậy, độ lún của toàn bộ lớp đất có chiều dày h ở thời gian t sẽ là:

$$S_t = \int_0^h a_o \cdot p_h(z,t) dz \quad (\text{III} - 90)$$

hoặc: $S_t = a_o \int_0^h [p - p_w(z,t)] dz \quad (\text{III} - 91)$

Tương tự như trên, độ lún cuối cùng ứng với thời gian ổn định ($t = \infty$) sẽ là:

$$S_t = a_o \int_0^h p \cdot dz \quad (\text{III} - 92)$$

Từ đó công thức tính độ cố kết có thể xác định như sau:

$$U_t = \frac{S_t}{S_{t=\infty}} = 1 - \frac{\int_0^h p_w(z,t) dz}{\int_0^h p \cdot dz} \quad (\text{III} - 93)$$

Nếu thay $p_w(z,t)$ từ công thức (III-89) vào công thức (III-93) ta được:

$$U_{0,t} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{n=\infty} \frac{1}{i^2} e^{-i^2 \cdot N} \quad (III - 94)$$

Vì chuỗi hội tụ nhanh nên chỉ cần lấy một số hạng đầu tiên cũng đủ chính xác, tức là:

$$U_{0,t} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \cdot e^{-N} \quad (III - 94a)$$

Công thức (III - 94) là công thức dùng để xác định độ cố kết U_t trong trường hợp trên mặt đất tác dụng tải trọng phân bố đều kín khắp, mà trong cơ học đất quy ước gọi là trường hợp 0.

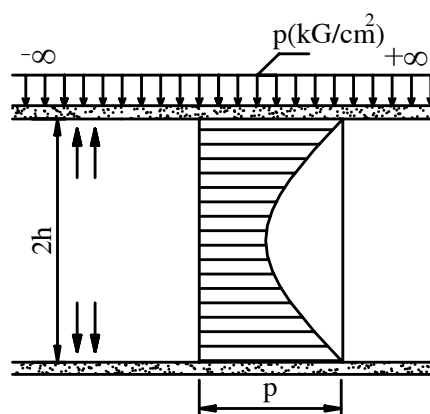
Trị số độ lún trong trường hợp này sẽ là:

$$S_t = a_o \cdot h \cdot p \cdot \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i^2} \cdot e^{-i^2 \cdot N} \right] \quad (III - 95)$$

Cũng cần chú ý rằng, bài toán cố kết thấm đang xét (Hình III - 19) hoàn toàn tương đương với bài toán cố kết thấm khi lớp đất có chiều dày $2h$ nằm ở giữa hai lớp thoát nước và chịu tác dụng tải trọng phân bố đều kín khắp trên mặt đất (Hình III - 20).

Trong trường hợp này nước tự do trong các lỗ rỗng sẽ thấm theo cả hai chiều lên trên và xuống dưới.

Để tính toán áp lực nước lỗ rỗng vẫn có thể dùng công thức (III - 89) nhưng với sự chú ý rằng, trị số h ở đây là một nửa chiều dày của lớp đất cố kết chứ không phải là toàn bộ chiều dày lớp đất như trong trường hợp 0 trên.



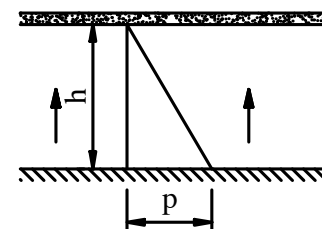
Hình III-20

4.2.1.2. Các trường hợp tải trọng khác:

Ngoài sơ đồ cố kết (trường hợp 0) đã trình bày ở trên, trong thực tế khi tính lún của nền đất theo thời gian còn gặp một số sơ đồ khác nữa, được quy ước là trường hợp I, trường hợp II, trường hợp 0 - I và trường hợp 0 -II.

Nguyên tắc chung để giải bài toán cố kết thấm ứng với các sơ đồ cố kết giới thiệu ở trên, là dựa vào phương trình vi phân cố kết thấm (III - 86) và căn cứ vào các điều kiện biên ứng với mỗi trường hợp trên ta có:

Trường hợp I: ứng với khi đất lún dưới tác dụng của trọng lượng bản thân. Biểu đồ phân bố ứng suất cuối cùng lúc này không có dạng hình chữ nhật- trường hợp 0, mà có dạng hình tam giác đỉnh quay lên trên (Hình III - 21) cũng bằng cách



Hình III-21: Trường hợp I

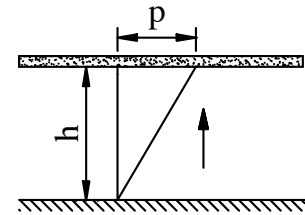
tương tự như trường hợp 0, người ta đã tìm được công thức tính toán trị số áp lực trung tính $p_w(z,t)$ độ cố kết $U_{1,t}$:

$$p_w(z,t) = \frac{8}{\pi^2} \cdot p \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i^2} \cdot \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{i\pi \cdot z}{2h}\right) \cdot e^{-i^2 N} \quad (III-96)$$

Độ cố kết :

$$U_{1,t} = 1 - \frac{32}{\pi^3} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i^3} \cdot \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) \cdot e^{-i^2 \cdot N} = 1 - \frac{32}{\pi^3} \cdot e^{-N} \quad (III-97)$$

- Trường hợp II: Trong thực tế, ứng với trường hợp khi 1 lớp đất lún dưới ảnh hưởng của tải trọng cục bộ tác dụng trên bề mặt, lúc này biểu đồ ứng suất do tải trọng ngoài gây ra có dạng hình tam giác đỉnh quay xuống dưới (Hình III - 22). Tương tự như trên, các trị số cần thiết để tính toán có thể viết dưới dạng sau:



Hình III-22: Trường hợp II

Trị số áp lực trung tính:

$$p_w(z,t) = \frac{4p}{\pi} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i^2} \cdot \left[1 - \frac{2}{i\pi} \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) \right] \cdot \sin\left(\frac{i\pi z}{2h}\right) \cdot e^{-i^2 N} \quad (III - 98)$$

Độ cố kết:

$$U_{2,t} = 1 - \frac{16}{\pi^2} \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i^2} \cdot \left[1 - \frac{2 \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right)}{i\pi} \right] \cdot e^{-i^2 N} = 1 - \frac{16}{\pi^2} \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \cdot e^{-N} \quad (III - 99)$$

So sánh các công thức (III - 94), (III - 97) và (III - 99), có thể thấy rằng độ cố kết giữa các trường hợp 0, trường hợp I và trường hợp II có sự liên hệ với nhau và được biểu thị qua công thức đơn giản sau đây:

$$U_{2,t} = 2 \cdot U_{0t} - U_{1,t} \quad (III - 100)$$

Dựa vào công thức (III - 100), cho phép có thể xác định trực tiếp độ cố kết trường hợp II qua độ cố kết của trường hợp 0 và trường hợp I, các trị số U_{0t} và $U_{1,t}$ có thể tra ở bảng (III - 9).

Trong thực tế, để tiện cho việc tính toán theo các trường hợp cụ thể, có thể dùng bảng (III - 10), trong đó trị số của N phụ thuộc vào độ cố kết U_t . Nếu đã biết trước được trị số của U_t thì có thể tìm ngay được trị số của N tương ứng với trường hợp khảo sát và ngược lại.

Bảng III - 9: Trị số của U_{0t} và U_{1t}

N	U_t		N	U_t	
	$U_{0,t}$	$U_{1,t}$		$U_{0,t}$	$U_{1,t}$
0,01	0,115	0,013	0,70	0,597	0,488
0,10	0,230	0,082	0,80	0,636	0,536

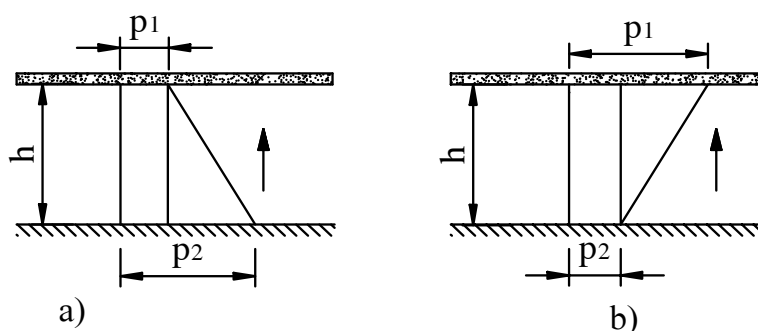
0,20	0,321	0,161	1,00	0,702	0,620
0,30	0,393	0,238	1,50	0,819	0,770
0,40	0,454	0,303	2,00	0,890	0,860
0,50	0,507	0,374	2,50	0,933	0,915
0,60	0,555	0,434	3,00	0,960	0,949

Bảng III - 10: Trị số của N để tính lún theo thời gian

U _t	Trị số của N ứng với sơ đồ			U _t	Trị số của N ứng với sơ đồ			U _t	Trị số của N ứng với sơ đồ		
	0	1	2		0	1	2		0	1	2
0,05	0,05	0,06	0,002	0,40	0,31	0,55	0,13	0,75	1,18	1,42	0,88
0,10	0,02	0,12	0,005	0,45	0,39	0,63	0,18	0,80	1,40	1,64	1,08
0,15	0,04	0,18	0,010	0,50	0,49	0,73	0,24	0,85	1,69	1,93	1,36
0,20	0,08	0,25	0,020	0,55	0,59	0,84	0,32	0,90	2,65	2,35	1,77
0,25	0,12	0,31	0,04	0,60	0,71	0,95	0,42	0,95	2,80	3,17	2,54
0,30	0,17	0,39	0,06	0,65	0,84	1,10	0,54	1,00			
0,35	0,24	0,47	0,090	0,70	1,00	1,24	0,69				

- Trường hợp 0-I và 0-II:

Nếu tải trọng tác dụng trên nền đất là một tổ hợp của các tải trọng ứng với trường hợp 0 và I hoặc II thì biểu đồ phân bố ứng suất sẽ có dạng hình thang.



Hình III-23: a) Trường hợp 0-I; b) Trường hợp 0-II

- Trường hợp 0-I: tương ứng với khi nền đất lún, dưới tác dụng của tải trọng phân bố đều kín khắp và do trọng lượng bản thân (Hình III - 23a)

- Trường hợp 0-II: tương ứng với khi nền đất lún dưới tác dụng của tải trọng phân bố đều kín khắp và tải trọng cục bộ trên mặt đất (Hình III - 23.b)

Độ cố kết U_t đối với các trường hợp 0-I và 0-II thì có thể tính được dựa vào bảng (III-11) và dựa vào các liên hệ sau:

$$\text{Trường hợp 0-I: } N_{0-I} = N_0 + (N_1 - N_0) \cdot J \quad \text{(III - 101)}$$

$$\text{Trường hợp 0-II: } N_{0-II} = N_2 + (N_0 - N_2) \cdot J' \quad \text{(III - 102)}$$

Các hệ số J và J' trong các công thức trên phụ thuộc vào tỷ số $v = \frac{p_1}{p_2}$. Trong đó p_1 áp lực nén ở mặt trên; p_2 : áp lực nén ở mặt dưới và có thể tra trong bảng (III - 11).

Bảng III - 11: Trị số của J và J'

Đối với sơ đồ 0-1				Đối với sơ đồ 0-2			
V	J	v	J	v	J'	v	J'
0,0	1,00	0,5	0,36	1,0	1,00	7,0	0,30
0,1	0,84	0,6	0,27	1,5	0,83	9,0	0,25
0,2	0,69	0,7	0,19	2,0	0,71	12,0	0,20
0,3	0,56	0,8	0,12	3,0	0,55	15,0	0,15
0,4	0,45	0,9	0,06	4,0	0,45	20,0	0,13
0		1,0	0,00	5,0	0,39		

Nhìn chung khi tính toán độ lún của đất nền theo thời gian, trong thực tế thường gặp hai trường hợp sau đây:

- Yêu cầu xác định độ cố kết U_t và độ lún S_t của đất nền nếu đã biết thời gian cố kết t. Trong trường hợp này, dựa vào các số liệu đã cho (như các đặc trưng a, K_z , e, h) có thể xác định được hệ số cố kết C_v theo công thức (III - 86) và trị số N. Sau khi đã xác định được N, dựa vào sơ đồ cố kết tương ứng với trường hợp bài toán cụ thể và dùng bảng (III - 9) hoặc bảng (III - 10) có thể tính toán được độ cố kết U_t và do đó xác định được độ lún theo thời gian S_t .

- Trường hợp ngược lại so với trên nếu thời gian t cố kết chưa biết, nhưng độ cố kết U_t đã được xác định thì có thể tìm được trị số tương ứng với sơ đồ cố kết thông qua U_t và dựa vào bảng (III - 9) và (III - 10). Sau khi đã biết trị số N, có thể tìm được thời gian cố kết t.

Ví dụ III - 4: Xác định độ lún của một lớp đất sét đồng nhất trên nền đá cứng không thấm ứng với thời gian 1 năm và 5 năm sau, cho biết tải trọng tác dụng lên lớp đất phân bố đều kín khắp với cường độ $p = 2\text{kG/cm}^2$. Lớp đất dày 5m, hệ số nén tương đối $a_0 = \frac{a}{1+e} = 0,01 \text{ cm}^2/\text{kG}$, hệ số thấm $K_z = 1 \cdot 10^{-8} \text{ cm/s}$

Trình tự tính toán như sau:

- Trước tiên cần xác định sơ đồ cố kết, ở đây là sơ đồ "0"

- Xác định trị số: $N = \frac{\pi^2 \cdot C_v}{4 \cdot h^2} \cdot t$

$$C_v = \frac{K_z \cdot (1+e_1)}{a \cdot \gamma_0} = \frac{K_z}{a_0 \cdot \gamma_0} = \frac{1 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^7}{0,01 \cdot 0,001} = 30000 \text{ cm}^2/\text{năm}$$

$$(1 \text{ cm/s} = 3 \cdot 10^7 \text{ cm/năm})$$

Nên: $N = \frac{3,14^2 \cdot 30000}{4.500^2} \cdot t = 0,3t$

- Tính U_t ứng với $t = 1$ năm

Biết $N = 0,3 \cdot 1 = 0,3$, từ bảng (III - 9) tra ra được $U_{ot} = 0,393$

- Tính U_t ứng với $t = 5$ năm

Biết $N = 0,3 \cdot 5 = 1,5$; từ bảng (III - 9) tra ra được $U_{ot} \approx 0,819$

- Tính độ lún ổn định của lớp đất

$$S = a_0 \cdot h \cdot p = 500 \cdot 0,01 \cdot 2,0 = 10\text{cm}$$

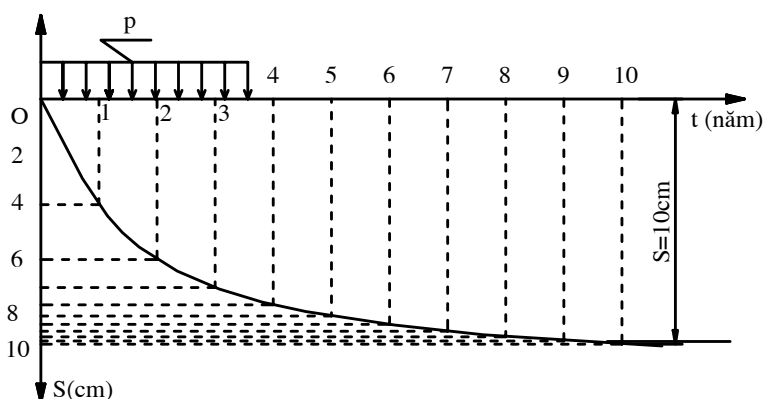
- Tính độ lún S_t ứng với $t = 1$ năm và $t = 5$ năm theo công thức (III - 95)

$$S_t = U_t \cdot S$$

Để vẽ được đường quá trình lún $S_t \sim t$ (Hình III-24) có thể tính thêm các thời gian tương ứng và kết quả như bảng (III - 12)

Bảng (III - 12)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 năm
N	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,3	3,0
U_t	0,393	0,555	0,76	0,819	0,87	0,89	0,80	0,93	0,95	0,960
S_t	3,93	5,55	6,7	7,6	8,19	6,7	8,9	9,0	9,5	9,6 (cm)



Hình III-24: Biểu đồ quan hệ S-t trong ví dụ III-4

Ví dụ III - 5: Tính độ lún theo thời gian của một lớp đất sét đồng nhất dày 8m, nằm trên lớp đá không thấm nước. Ứng suất phân bố theo dạng hình thang từ $p_1 = 2,4 \text{ kG/cm}^2$ ở mặt trên đến $p_2 = 1,6 \text{ kG/cm}^2$ ở độ sâu $z = 8\text{m}$. Cho biết hệ số rỗng trung bình của đất ứng với lúc ban đầu là $e_1 = 0,88$ và ứng với áp lực $p = 2 \text{ kG/cm}^2$ là $e_2 = 0,83$ hệ số thấm của đất $K = 0,6 \cdot 10^{-10} \text{ cm/s}$

+ Trình tự cách giải như sau:

- Trước tiên cần xác định sơ đồ cố kết ở đây thuộc sơ đồ 0-II

- Xác định trị số $N_{0-II} = \frac{\pi^2 \cdot K(1 + e_{tb})}{4h^2 \cdot \gamma_0 \cdot a} \cdot t$

Trong đó: $a = \frac{e_1 - e_2}{P} = \frac{0,88 - 0,83}{2,0} = 0,025 \text{ cm}^2/\text{kG}$

$$K = 0,6 \cdot 10^{-8} \text{ cm/S} = 0,6 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^7 \text{ cm/năm} = 1,8 \cdot 10^{-1} \text{ cm/năm}$$

Vậy:

$$N_{0-II} = \frac{3,14^2 \cdot 1,8 \cdot 10^{-1} \cdot (1 + 0,855)}{4.800^2 \cdot 0,025 \cdot 0,001} = \frac{1}{19} \cdot t \Rightarrow t = 19 \cdot N_{0-II}$$

- Tỷ số : $v = \frac{p_1}{p_2} = \frac{2,4}{1,6} = 1,5$ - từ bảng (III - 11) tra ra ta được $J' = 0,83$

- Tính độ lún ổn định của lớp đất:

$$S = h \cdot \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} = 800 \cdot \frac{0,88 - 0,83}{1 + 0,88} = 21,3 \text{ cm}$$

Ta tự cho: $U_t = 0,25$. Vậy $S_t = S \cdot U_t = 21,3 \cdot 0,25 = 5,3 \text{ cm}$

Ứng với $U_t = 0,25$ tra bảng (III - 10) được $N_0 = 0,12$ và $N_2 = 0,04$

$$N_{0-II} = N_{II} + (N_0 - N_{II}) \cdot J' = 0,04 + (0,12 - 0,04) \cdot 0,83 = 0,105$$

Do đó: $t_{0,25} = 19 \cdot N_{0-II} = 19 \cdot 0,105 = 2 \text{ năm}$

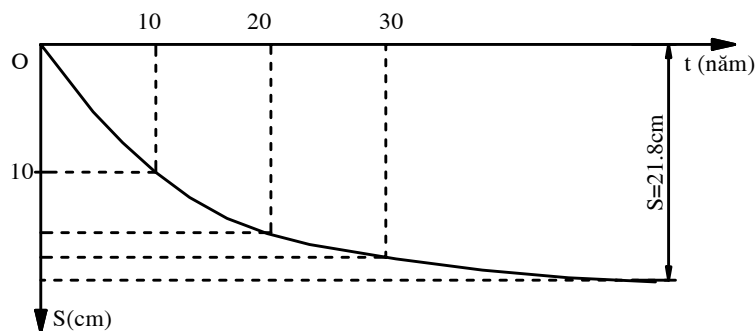
Bằng cách tính tương tự ta có:

$$U_t = 0,5 ; \quad S_t = 10,7 \text{ cm}; \quad t_{0,5} = 8,5 \text{ năm}$$

$$U_t = 0,75; \quad S_t = 16,0 \text{ cm}; \quad t_{0,75} = 21,5 \text{ năm}$$

$$U_t = 0,85; \quad S_t = 18,1 \text{ cm}; \quad t_{0,85} = 31,0 \text{ năm}$$

Trên cơ sở các kết quả tính toán, có thể xây dựng đường cong của sự phụ thuộc giữa độ lún và thời gian (Hình III - 25)

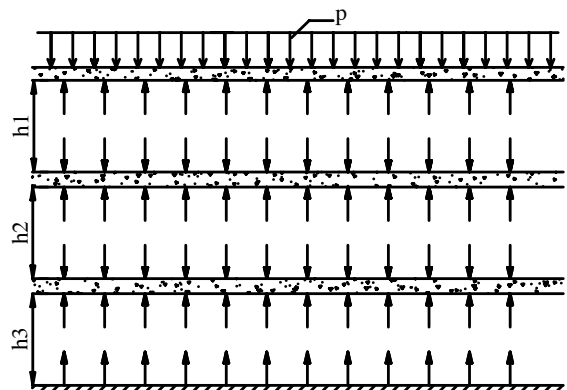


Hình III-25: Cho ví dụ III-5

4.2.2. Trường hợp nền đất gồm nhiều lớp:

Khi nền đất gồm nhiều lớp đất có tính chất khác nhau việc xác định độ lún theo thời gian trở thành vấn đề rất phức tạp so với nền đất đồng nhất.

Trong trường hợp đơn giản, khi giữa các lớp đất sét có xen kẽ các lớp đất cát (Hình III - 26) thì quá trình cố kết của toàn bộ nền đất sẽ bao gồm quá trình cố kết của từng lớp đất riêng rẽ nằm trong phạm vi chịu nén.



Hình III-26: Trường hợp nền nhiều lớp

Để tính toán độ lún theo thời gian của từng lớp đất, có thể sử dụng các công thức đã giới thiệu ở phần trên. Đối với các trường hợp khác, người ta có thể dùng phương pháp sai phân hoặc phương pháp lớp tương đương để giải bài toán cố kết. Tất cả các phương án nêu ra trên chỉ là các phương pháp gần đúng, trong đó phương pháp sai phân được dùng rộng rãi hơn vì có thể lập chương trình cho máy tính điện tử, còn phương pháp lớp tương đương tuy đơn giản nhưng kém chính xác.

Phương pháp sai phân:

Nội dung cơ bản của phương pháp sai phân là thay thế các đại lượng vi phân vô hạn bằng các đại lượng sai phân hữu hạn và biến đổi phương trình vi phân thành phương trình sai phân rồi sau đó dùng các phương pháp toán giải tích thông thường để tìm ra nghiệm tổng quát.

Trước tiên hãy khảo sát trường hợp đơn giản nhất là trường hợp bài toán một chiều trong nền đồng nhất.

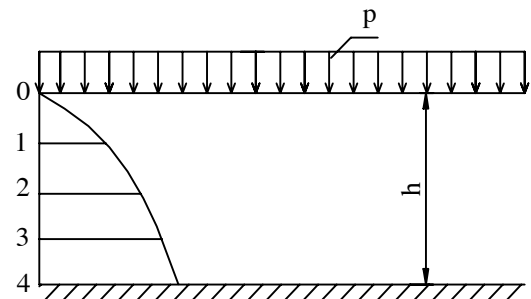
Để giải bài toán cố kết theo phương pháp sai phân, cần thực hiện theo các bước như sau:

- Khi dùng phương pháp này, cần phải biến đổi phương trình vi phân cố kết thấm (III-86) biểu diễn dưới áp lực nước lỗ rỗng p_w , thành phương trình cố kết biểu diễn dưới dạng cột nước áp H . Phương trình (III-86) khi đó sẽ là:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = C_v \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \tag{III - 103}$$

Trong đó: $H = \frac{p_w}{\gamma_0}$

- Chia lớp đất chịu nén thành nhiều lớp nhỏ có chiều dày bằng nhau bởi những mặt cắt ngang tại các độ sâu: $z_0 = 0$; $z_1 = \Delta z$; $z_2 = 2\Delta z$ v.v..... Các điểm cần xác định trị số cột nước áp là giao điểm giữa các mặt cắt ngang với trục z . ở mỗi điểm, trị số cột nước áp được tính toán với các thời gian khác nhau. $t_0 = 0$; $t_1 = \Delta t$; $t_2 = 2\Delta t$; v.v... (Hình III - 27).



Hình III-27

- Ký hiệu cột nước áp tại điểm K ở thời gian t là $H_{t,k}$; cột nước áp tại điểm đó ở thời gian tiếp theo sau đó là $H_{t+1,k}$. Các cột nước áp tại hai điểm lân cận ở thời gian t ký hiệu là $H_{t, k-1}$ và $H_{t,k+1}$.

- Chuyển các đại lượng vi phân vô hạn thành các đại lượng sai phân hữu hạn. Khi đó có thể viết như sau:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H_{t+1,k} - H_{t,k}}{\Delta t} \tag{III-104}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{\frac{H_{t,k+1} - H_{t,k}}{\Delta z} - \frac{H_{t,k} - H_{t,k-1}}{\Delta z}}{\Delta z} = \frac{1}{\Delta z^2} \cdot (H_{t,k+1} + H_{t,k-1} - 2H_{t,k}) \tag{III-105}$$

Thay các công thức (III-104) và (III-105) vào công thức (III-103) sau khi biến đổi được là:

$$H_{t+1,k} = (1 - 2\alpha) \cdot H_{t,k} + \alpha(H_{t,k+1} + H_{t,k-1}) \quad (\text{III} - 106)$$

Trong đó:

$$\alpha = C_v \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \quad (\text{III} - 107)$$

Trong tính toán cụ thể, theo V.A.Florin, đối với bài toán một chiều, trị số α nên lấy bằng 0,5. Khi đó công thức (III - 106) sẽ là:

$$H_{t+1,k} = \frac{H_{t,k+1} + H_{t,k-1}}{2} \quad (\text{III} - 108)$$

Tức là giá trị cột nước áp H tại một số điểm nút K và ở một thời gian t + 1 bất kỳ bằng trị số trung bình số học của các giá trị cột nước áp ứng với thời gian t = 0. Sau đó áp dụng công thức (III - 108) để lập bảng tính toán trị số cột nước áp ứng với thời gian $t_1 = \Delta t$. Tiếp theo, với các kết quả tính lại lập bảng cho thời gian $t_2 = 2\Delta t$ v.v... Căn cứ vào các trị số H đã tìm được, có thể vẽ được biểu đồ phân bố áp lực nước lỗ rỗng ở thời gian bất kỳ.

Khi nền đất gồm hai lớp hoặc ba lớp, cách giải quyết căn bản không có gì khác. Chẳng hạn, khảo sát nền đất gồm hai lớp và giả thiết rằng đáy của lớp thứ hai không thấm nước.

Nếu gọi, $K_{1,z}$ là hệ số thấm lớp thứ nhất và $K_{2,z}$ là hệ số thấm của lớp thứ hai và nếu chọn $\alpha = 0,5$ thì từ công thức (III - 107) có thể viết:

Đối với lớp thứ nhất:

$$\frac{K_{1z} \cdot (1 + e_{tb})}{a \cdot \gamma_0} \cdot \frac{\Delta t_1}{\Delta z^2} = 0,5 \quad (\text{III} - 109)$$

Đối với lớp thứ hai:

$$\frac{K_{2z} (1 + e_{tb})}{a \cdot \gamma_0} \cdot \frac{\Delta t_2}{\Delta z^2} = 0,5 \quad (\text{III} - 110)$$

Từ các công thức (III - 109) và (III - 110) rút ra:

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \cdot \frac{K_{2z}}{K_{1z}} \quad (\text{III} - 111)$$

Công thức (III - 111) dùng để xác định các khoảng thời gian cần thiết khi tính toán cột nước áp.

Dựa vào công thức (III - 108) có thể tính toán cột nước áp ở một thời điểm bất kỳ, trừ ở mặt phân giới giữa hai lớp. Để xác định cột nước áp ở mặt phân giới giữa hai lớp, có thể dựa vào điều kiện liên tục của dòng nước thấm, tức là:

$$K_{1z} \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right)_1 = K_{2z} \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right)_2 \quad (\text{III} - 112)$$

Nếu viết điều kiện (III - 112) dưới dạng sai phân thì ta có:

$$K_{1z} \cdot (H_{t,k} - H_{t,k-1}) = K_{2z} \cdot (H_{t,k-1} - H_{t,k}) \quad (III - 113)$$

Hoặc:

$$H_{t,k} = \frac{K_{1z} H_{t,k-1} + K_{2z} \cdot H_{t,k+1}}{K_{1z} + K_{2z}} \quad (III - 114)$$

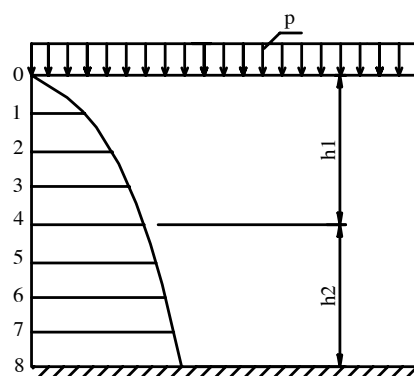
Nếu thay $K_{1z} = n \cdot K_{2z}$ thì công thức (III - 114) trở thành

$$H_{t,k} = H_{t,k+1} - \frac{H_{t,k+1} - H_{t,k-1}}{1 + \frac{1}{n}} \quad (III - 115)$$

Nếu trường hợp đang khảo sát ở đây như hình (III - 28) khi mặt phẳng phân giới trùng với điểm nút số 4 và $K_{1z} = 4 \cdot K_{2z}$, lúc đó công thức (III - 115) được viết như sau:

$$H_{t,4} = H_{t,5} - \frac{H_{t,5} - H_{t,3}}{1,25} \quad (III-116)$$

Công thức (III - 115) dùng để tính cột nước áp đối với các nút ở mặt phẳng phân giới giữa hai lớp đất. Kết quả áp dụng phương pháp sai phân cho phép có thể xác định và vẽ được biểu đồ áp lực nước lỗ rỗng ở thời gian bất kỳ đối với nền đất gồm hai lớp đất.



Hình III-28

4.3. Tính toán độ lún của nền đất theo thời gian trong điều kiện bài toán phẳng và bài toán không gian

Tính toán độ lún theo thời gian trong điều kiện bài toán phẳng và bài toán không gian thì phức tạp hơn nhiều so với bài toán một chiều.

Với chú ý tổng quát trong quá trình nén chặt các đất bão hòa, không những chỉ xảy ra chuyển động (thấm) của nước, mà còn xảy ra chuyển động ngược chiều của các hạt rắn, chuyển động đó cũng tuân theo định luật đường thấm của tính thấm (theo định luật gọi là định luật thấm tổng hợp) và căn cứ vào kết quả thực nghiệm giả thiết rằng với hình dạng bất kỳ của đường cong nén, lượng biến thiên hệ số rỗng chỉ phụ thuộc vào tổng ứng suất chính Θ' , và dựa vào cơ sở phương trình vi phân liên tục chuyển động của nước ngầm do N.N.Paviovxki lập ra V.A.Florin đã rút ra phương trình vi phân cố kết thấm đối với đất sét bão hòa nước trong bài toán phẳng và bài toán không gian như sau:

- Đối với bài toán phẳng:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{2 \cdot \gamma_0} \cdot \frac{\partial \Theta'}{\partial t} + C'_z \nabla^2 H \quad (III - 117)$$

Trong đó: $C'_z = \frac{K_z \cdot (1 + \xi_0)}{2a_0 \cdot \gamma_0} \quad (III - 118)$

ξ_0 : hệ số áp lực hông của đất ở trạng thái tĩnh

Θ' : tổng ứng suất chính ở điểm khảo sát tải trọng ngoài gây ra;

$\nabla^2 H$: toán tử Laplace đối với hàm số của cột nước áp H

$$\nabla^2 H = \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \quad (\text{III - 119})$$

- Đối với bài toán không gian:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{3 \cdot \gamma_0} \cdot \frac{\partial \Theta'}{\partial t} + C''_z \nabla^2 H \quad (\text{III - 120})$$

Trong đó:

$$C''_z = \frac{K_z \cdot (1 + 2 \cdot \xi_0)}{3 a_0 \cdot \gamma_0} \quad (\text{III - 121})$$

$$\nabla^2 H = \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \quad (\text{III - 122})$$

$$a_0 = \frac{a}{1 + e_{tb}}$$

Để giải các bài toán phẳng và bài toán không gian trong lý thuyết cố kết thấm hiện nay có thể dùng phương pháp tích phân bằng số hoặc phương pháp sai phân. Nếu dùng phương pháp sai phân thì trị số α lúc đó được chọn như sau:

- Đối với bài toán không gian:

$$\alpha = \frac{K_z \cdot (1 + e_{tb}) \cdot (1 + 2 \cdot \xi_0)}{3 a_0 \cdot \gamma_0} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z^2} = \frac{1}{6} \quad (\text{III - 123})$$

- Đối với bài toán phẳng:

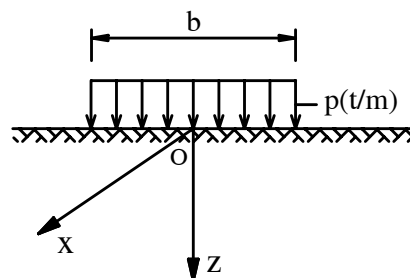
$$\alpha = \frac{K_z \cdot (1 + e_{tb}) \cdot (1 + \xi_0)}{2 \cdot a_0 \cdot \gamma_0} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z^2} = \frac{1}{4} \quad (\text{III - 124})$$

Sau đây chỉ giới thiệu tóm tắt một số kết quả giải trong một số trường hợp cụ thể hay dùng trong thực tế:

4.3.1. Trường hợp tải trọng phân bố đều trên hình băng (bài toán phẳng):

Để tiến hành giải bài toán cố kết trong trường hợp này, một số tác giả đã kiến nghị các phương pháp tính toán khác nhau theo V.A.Flovin, thì dùng phương pháp sai phân để tìm lời giải, còn N.N.Verigin đã cho kết quả dưới dạng giải tích (dạng chuỗi số). Trị số áp lực nước lỗ rỗng p_w trong trường hợp này đã được N.N.Verigin tìm ra bằng phương pháp dòng xoáy tuyến tính (được ông nghiên cứu ra cho bài toán thấm không ổn định quanh vai đập) và

được viết dưới dạng đơn giản sau đây (Hình III - 29):



Hình III - 29

$$P_w = \frac{P}{\pi b} \cdot W \left[\frac{W}{\sqrt{1+W^2}} \cdot \text{erf}(V \cdot \sqrt{1+W^2}) - \text{erf}(V, W) \exp(-V^2) \right] \quad (\text{III} - 125)$$

Hoặc:

$$\frac{p_w \cdot b}{p} = \frac{W}{\pi} \cdot \left[\frac{W}{\sqrt{1+W^2}} \cdot \text{erf}(V \cdot \sqrt{1+W^2}) - \text{erf}(V, W) \exp(-V^2) \right] \quad (\text{III} - 126)$$

Trong đó:

$$V = \frac{z}{2 \cdot \sqrt{C_z \cdot t}}; \quad W = \frac{b}{2} \quad (\text{III} - 127)$$

Tỷ số $\frac{p_w \cdot b}{p} \cdot 10^5$ phụ thuộc vào các tham số V và W có thể tra ở bảng (III-13)

Khi xác định cột nước cho bài toán cụ thể đầu tiên dựa vào những số liệu đã cho tính ra hệ số cố kết C_z của đất, sau đó xác định các đại lượng V và W, dựa vào các đại lượng V, W theo bảng (III-13) tìm được tỷ số $\frac{p_w \cdot b}{p} \cdot 10^5$ và bài toán đã được giải quyết.

Bảng III - 13: Trị số: $10^5 \cdot p_w \cdot b / p$

V \ W	0,10	0,20	0,50	1,00	2,00	5,00
α	317	1250	7120	22.500	90.600	156.000
1,00	136	541	3260	11.600	57.800	97.800
0,75	72,8	290	2300	6.600	36.200	65.400
0,50	25,7	103	63	246	16400	32.400
0,30	3,25	24,5	152	512	4.760	10.800
0,200	1,53	7,47	46	18,9	1.600	3.910
0,10	0,386	0,947	5,43	21,7	184	50
0,05	0,031	0,122	0,765	3,24	26,5	749

4.3.2. Trường hợp tải trọng phân bố đều trên diện chịu tải hình chữ nhật:

Đối với trường hợp lực phân bố đều trên diện chịu tải hình chữ nhật này, đã được R.E.Gibson và G.M.Namee tiến hành giải và đã cho công thức xác định độ cố kết U_c ở điểm góc diện chịu tải trong trường hợp nền đồng nhất:

$$U_c = \frac{\int_0^N \frac{1}{\sqrt{t}} \cdot \text{erf} \frac{1}{2\sqrt{t}} \cdot \text{erf} \frac{\lambda}{2\sqrt{t}} dt}{\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \cdot \text{erf} \frac{1}{2\sqrt{t}} \cdot \text{erf} \frac{\lambda}{2\sqrt{t}} dt} \quad (\text{III} - 128)$$

Trong đó:

N : nhân tố thời gian $N = \frac{C''_z \cdot t}{L^2}$

L : chiều dài diện chịu tải

λ : tỷ số cạnh của diện chịu tải

t : thời gian kể từ thời điểm đặt tải trọng

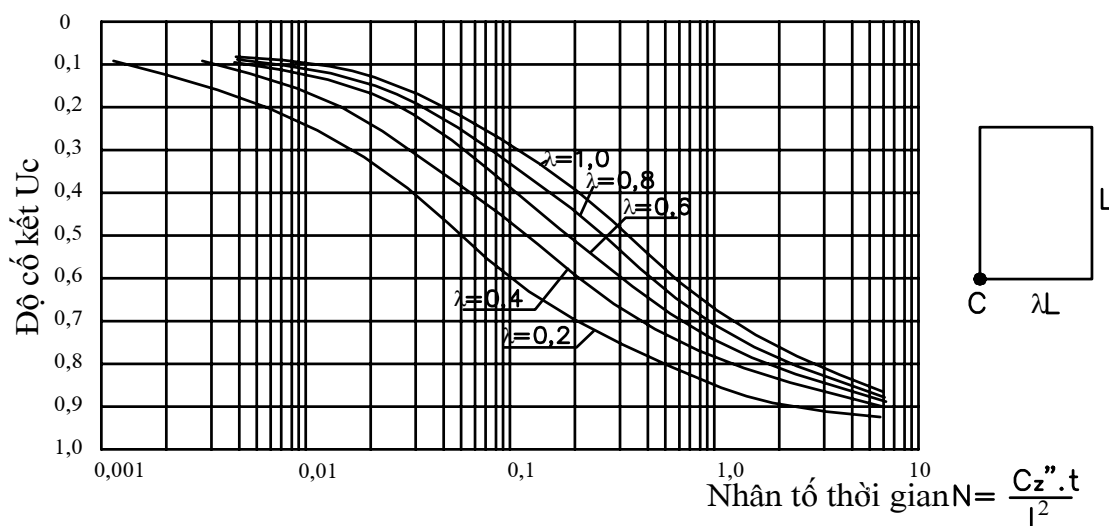
C''_z : hệ số cố kết tính theo công thức (III - 121)

Để tiện cho việc tính toán, các tác giả trên đã lập biểu đồ xác định độ cố kết U_c phụ thuộc vào nhân tố thời gian N đối với các trị số λ khác nhau (Hình III - 30).

Sau khi đã xác định được độ cố kết U_c thì có thể tính toán độ lún S_t tại điểm góc ở thời điểm bất kỳ:

$S_t = S_c \cdot U_c$ (III - 129)

S_c : độ lún tại góc của diện chịu tải tính theo công thức (III-64)



Hình III - 30: Biểu đồ xác định độ cố kết U_c ở điểm góc diện chịu tải

4.3.3. Trường hợp lực phân bố đều trên diện chịu tải hình tròn:

Đối với trường hợp này (Hình III - 31) N.N.Verigin đã cho lời giải có dạng đơn giản sau đây:

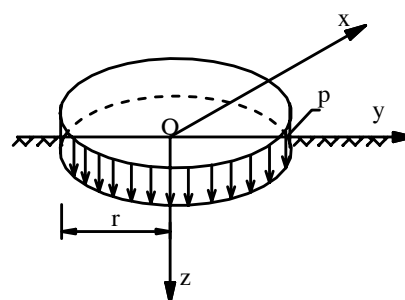
$p_w = p \cdot \left[\text{erf } V - \frac{1}{(\sqrt{1+W^2})} \cdot \text{erf} (V \sqrt{1+W^2}) \right]$ (III - 130)

Hoặc:

$\frac{p_w}{p} = \text{erf } V - \frac{1}{(\sqrt{1+W^2})} \cdot \text{erf} (V \sqrt{1+W^2})$ (III - 131)

Trong đó:

$V = \frac{z}{2 \cdot (\sqrt{C_z \cdot t})}$, $W = \frac{r}{z}$



Hình III-31

r- bán kính hình tròn.

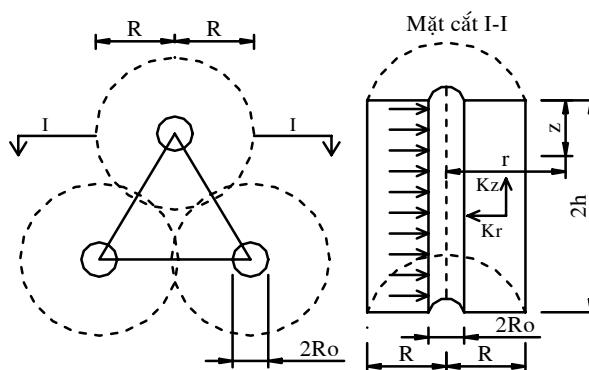
Tỷ số $p_w \cdot 10^5 / p$ phụ thuộc vào V và W có thể tra bảng (III - 14)

Bảng III - 14: Trị số $p_w \cdot 10^5 / p$

W \ V	0,10	0,20	0,50	1,00	2,00	5,00
∞	4,98	1940	10600	29.300	68.400	80.400
1,00	216	846	5020	16.800	52.600	63.700
0,75	117	456	2750	9850	39500	5.500
0,50	41,4	162	797	3780	21.200	32.400
0,30	10,4	39,2	240	938	6920	13.800
0,20	3,14	12,3	75,4	238	2390	5.500
0,10	0,403	1,67	9,52	43,7	332	873
0,05	0,0648	0,228	1,23	4,72	42,1	115

4.3.4. Trường hợp bài toán cố kết đối xứng:

Bài toán cố kết đối xứng trục được áp dụng để tính toán độ lún theo thời gian trong trường hợp nền đất có giếng cát bố trí theo phương thẳng đứng. Trong trường hợp này, nước lỗ rỗng sẽ thoát ra ngoài không những theo hướng thẳng đứng mà còn theo cả hướng bán kính của giếng cát. Do đó quá trình cố kết của nền đất được tiến hành nhanh hơn và đất mau chóng đạt đến giới hạn ổn định hơn.



Hình vẽ III-32

Trong trường hợp đơn giản, khi giả thiết rằng các đặc trưng của đất nền và tải trọng của công trình là không thay đổi theo thời gian ($a = \text{const}; K = \text{const}; p = \text{const}$). L.Rendulic đã kiến nghị phương trình vi phân cố kết đối xứng trục có dạng như sau : (Hình III-32).

$$\frac{\partial p_w}{\partial t} = C_z \frac{\partial^2 p_w}{\partial z^2} + C_r \left(\frac{\partial^2 p_w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_w}{\partial r} \right) \tag{III - 132}$$

Trong đó: r - khoảng cách từ điểm đang xét đến trục z;

$$C_z = \frac{K_z \cdot (1 + e_{tb})}{a \cdot \gamma_0} : \text{hệ số cố kết theo hướng trục.}$$