

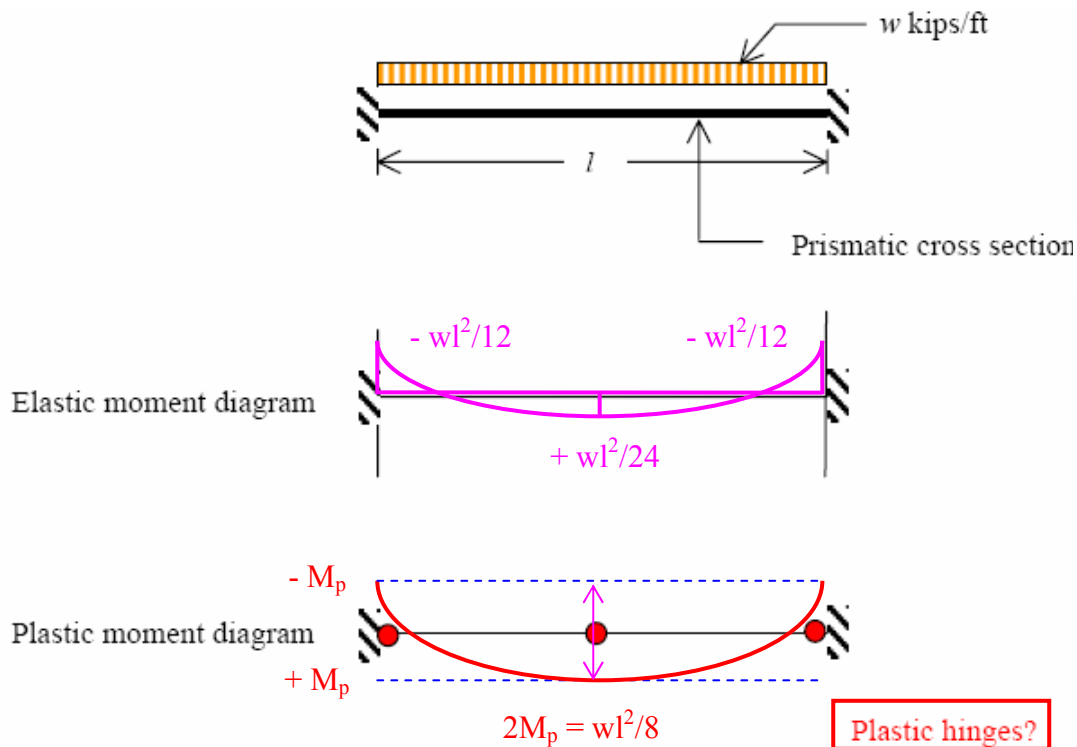
Chương 4: QUAN HỆ MÔMEN - ĐỘ CONG

4.1 SỰ PHÂN PHỐI LẠI MÔMEN TRONG HỆ BTCT

4.1.1 Hệ chịu tải trọng đứng

Phần 8.4 của tiêu chuẩn ACI 318 cho phép phân phối lại mômen (tăng hay giảm mômen âm) trong các cấu kiện BTCT chịu uốn liên tục. Phân phối lại mômen phụ thuộc vào **độ dẻo** (*ductility*) trong các vùng khớp dẻo (*plastic hinge*). ả hững vùng khớp dẻo phát triển tại các vị trí M_{max} và làm thay đổi biểu đồ **mômen uốn đàn hồi**. Và kết quả **phân tích dẻo** thường thấy là **mômen âm giảm** và **mômen dương tăng** trong vùng khớp dẻo so với kết quả phân tích đàn hồi. Vì các tổ hợp tải trọng nguy hiểm để xác định các mômen âm và các mômen dương là khác nhau, nên mỗi tiết diện BTCT có một khả năng dự trữ mà không sử dụng hết cho bất kỳ một trường hợp tải nào. Các khớp dẻo cho phép sử dụng toàn bộ khả năng chịu lực của nhiều vị trí tiết diện hơn của kết cấu chịu uốn, so với kết quả phân tích đàn hồi.

➤ Kết quả phân tích **đàn hồi tuyến tính** của một cấu kiện **phi tuyến** :



Với tiết diện hình lăng trụ có **mômen kháng uốn M_n** , **tải trọng tác dụng lớn nhất w** được xác định bằng:

➤ Phân tích đàn hồi: $M_n = \frac{w_{max}^e l^2}{12} \Rightarrow w_{max}^e = \frac{12M_n}{l^2}$

➤ Phân tích chảy dẻo: $M_n = \frac{w_{max}^p l^2}{16} \Rightarrow w_{max}^p = \frac{16M_n}{l^2} = 1,33w_{max}^e$

Ấu hư vậy, việc sử dụng kết quả **phân tích chảy dẻo** cho giá trị **tải trọng cho phép cao hơn** khi so với kết quả **phân tích đàn hồi**.

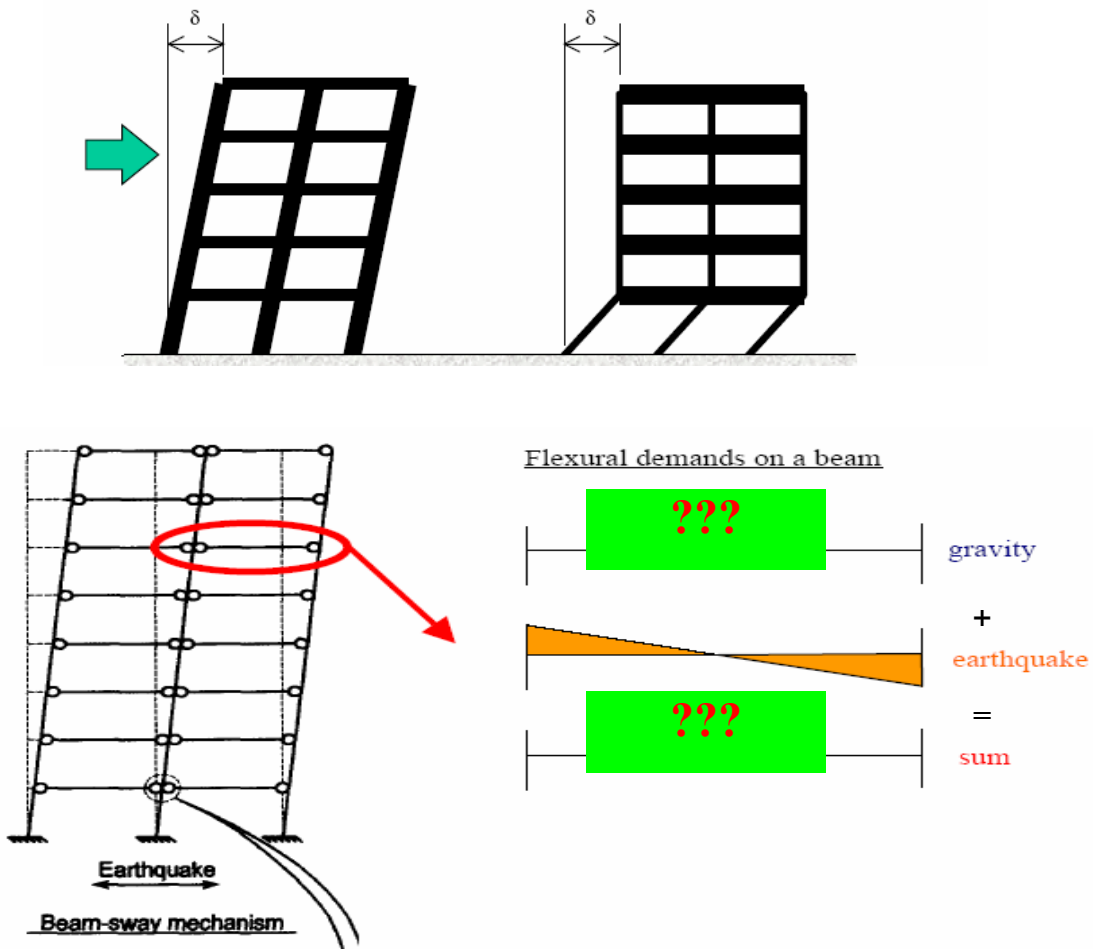
Khả năng chảy dẻo có thể được hình thành như thế nào?

- **độ dẻo (ductility) đủ lớn** trong miền tạo khớp dẻo.
 - độ dẻo là đại lượng đo khả năng **biến dạng không đàn hồi** vượt quá **biến dạng dẻo**
 - sử dụng phương pháp **phân tích mômen-độ cong (moment-curvature analysis)** để xác định các giới hạn biến dạng.
 - mức độ **bê tông bị ép ngang** sẽ ảnh hưởng lên giới hạn biến dạng.
 - **biến dạng max** của bê tông $\epsilon_{c,max}$

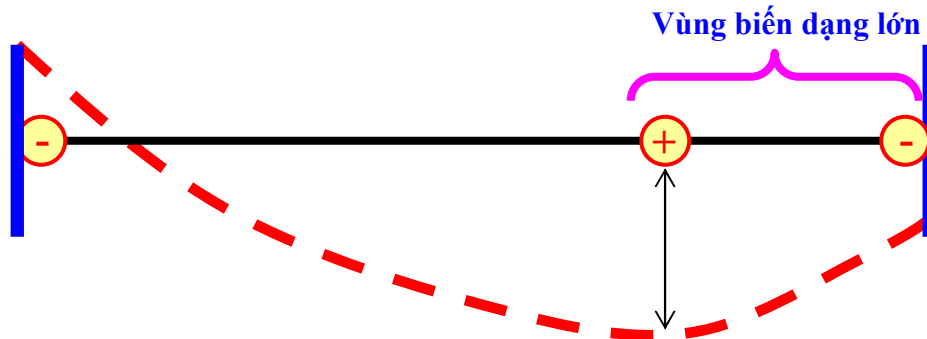
4.1.2 Hệ chịu tải trọng ngang

Sự phân phối lại lực ngang làm tăng cường khả năng đáp ứng của hệ khung chịu tải trọng động đất và tải trọng nổ do các thành phần cấu kiện đạt đến cường độ lớn nhất tại các mức độ biến dạng khác nhau. Xét **cơ cấu beam-sway** bên dưới (**hình a: cột cứng-dầm yếu**) mà là cơ cấu ưu tiên trong thiết kế động đất.

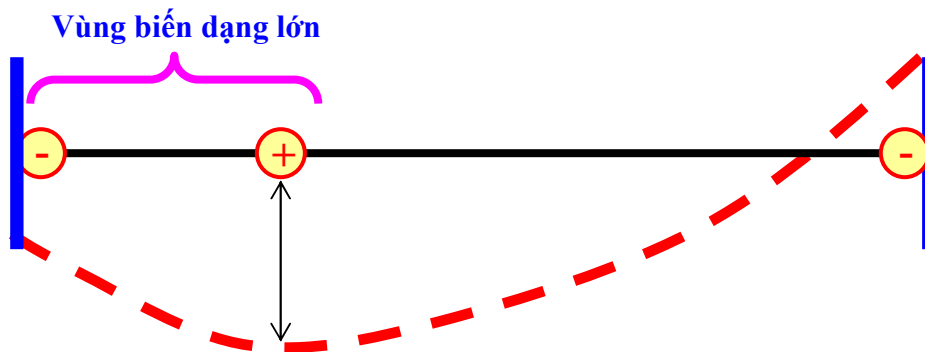
- tại sao **beam-sway** theo **hình a** là cơ cấu ưu tiên? (**nhiều khớp dẻo nhất** → Ph. án **tối ưu**).
- ảnh hưởng của mômen do tải trọng đứng trên đáp ứng của cấu kiện?



- Cơ cấu right-hand sway: với 2 khớp dẻo ở hai đầu dầm (-) và một khớp dẻo (+) tại vị trí có mômen M_{max} .



- Cơ cấu left-hand sway: với 2 khớp dẻo ở hai đầu dầm (-) và một khớp dẻo (+) tại vị trí có mômen M_{max} .



Vậy, khả năng biến dạng đầy đủ phải được cấp cho mọi khớp dẻo được tạo thành như trong hình vẽ trên.

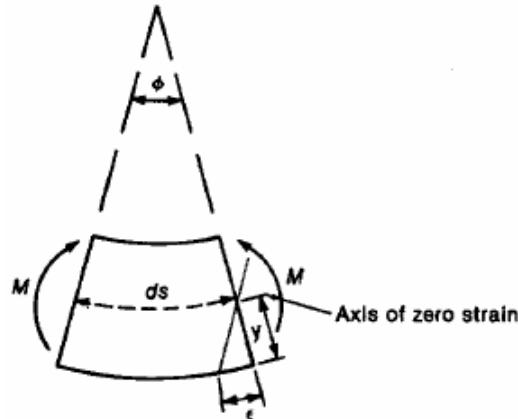
- biến dạng không đàn hồi lớn trong bê tông
- độ dẻo lớn đạt được bằng cách dùng các chi tiết cấu tạo thích hợp, bao gồm cả biện pháp thép đai ép ngang.

4.2 PHÂN TÍCH MÔMEN-ĐỘ CONG CỦA TIẾT DIỆN TỰ DO NỖ NGANG

4.2.1 Các giả thuyết cơ bản

Phân tích này trình diễn dạng đơn giản nhất của phân tích mômen-độ cong ($M-\phi$). Một số giả thuyết đơn giản trong lý thuyết uốn được thiết lập để tính toán quan hệ ($M-\phi$) như sau:

1. Các tiết diện vuông góc với trục uốn vẫn phẳng trước khi uốn và sau khi uốn.



Ảnh hưởng quan hệ giữa độ cong ϕ và biến dạng ϵ :

$$\phi = \frac{\epsilon}{y}$$

với y là khoảng cách từ mép ngoài đến trục trung hoà.

2. Tại cùng một cao độ của tiết diện cấu kiện, biến dạng thép bằng biến dạng bê tông ($\epsilon_s = \epsilon_c$).
3. Các ứng suất trong thép (σ_s) và bê tông (σ_c) có thể xác định từ các quan hệ ($\sigma-\epsilon$) đặc trưng của vật liệu.

Các phương pháp tính toán trình bày sau đây áp dụng cho hai kiểu tiết diện tự do nở ngang: (1) bản BTCT chỉ có thép chịu kéo, (2) dầm BTCT chỉ có thép chịu kéo (phần 1) và có thêm thép chịu nén (phần 2).

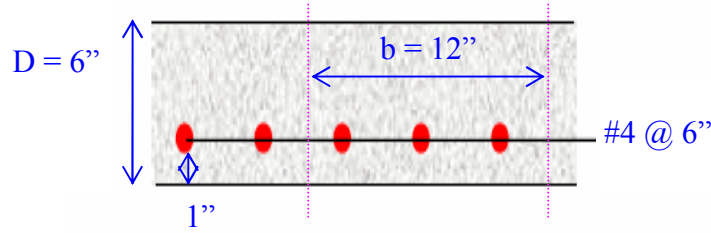
4.2.2 Phân tích mômen-độ cong của bản BTCT

Trong tính toán bằng tay, mômen tại 3 mức độ cong (curvature) được xác định:

- độ cong khi bê tông xuất hiện nứt ϕ_{cr} (tại mômen gây nứt M_{cr})
- độ cong khi bê tông biến dạng chảy dẻo ϕ_y (tại mômen chảy dẻo M_y)
- độ cong khi bê tông biến dạng cực hạn ϕ_u (tại mômen cực hạn M_u)

Mặt cắt ngang bản BTCT được trình bày dưới đây. Mục tiêu là thiết lập đường quan hệ ($M-\phi$) cho tiết diện bản. Xét một khoảng chiều rộng bản $b = 12 \text{ in}$ để tính toán, Thép loại Grade 60 và cường độ bê tông $f_c = 4 \text{ ksi}$. Giả thiết lớp bê tông bảo vệ là 1 in.

Ba bước tính toán phải thực hiện tại các giai đoạn: a) bắt đầu nứt, b) chảy dẻo, c) tới hạn.



a) Bắt đầu nứt (cracking)

Bỏ qua sự tham gia cốt thép (bỏ qua chuyển đổi tiết diện tương đương),

$$I_g = \frac{bD^3}{12} = \frac{12 \times 6^3}{12} = 216 \text{ in}^3$$

Mô đun đàn hồi của bê tông: $E_c = 57000 \sqrt{4000} \text{ ksi} = 3604 \text{ ksi}$

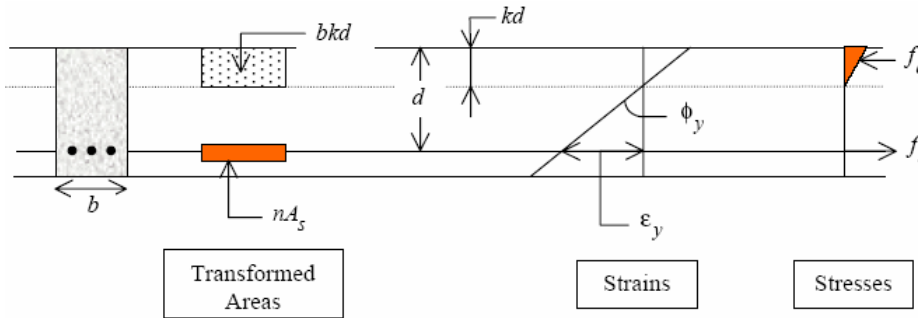
Tính môment gây nứt, $M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{7,5 \sqrt{4000}}{1000} \times \frac{216}{3} = 34,2 \text{ kip-in}$

Tính độ cong khi bắt đầu nứt, $\phi_{cr} = \frac{M_{cr}}{E_c I_g} = \frac{34,2}{3604 \times 216} = 4,4E-5 \text{ in}^{-1}$

ả hư vậy **toạ độ bắt đầu nứt** (ϕ_{cr}, M_{cr}) trên đường quan hệ (ϕ -M) là (4,4E-5 ; 34,2)

b) Chảy dẻo (yield)

Để tính toán, sử dụng **mômen quán tính chuyển đổi do nứt** (cracked transformed moment of inertia). Biến dạng tới hạn trong thép chịu kéo là **biến dạng chảy dẻo** ϵ_y .



Sự phân bố **ứng suất trong bê tông** được giả thiết như ở hình trên. **Chiều cao vùng bê tông chịu nén** đến trục trung hoà là kd . Biến dạng trong thép chịu kéo là ϵ_y . Đối với **tiết diện BTCT cốt đơn** ta có công thức,

$$k = \sqrt{2\rho n + (\rho n)^2} - \rho n$$

với n là **tỷ số mô đun** ($n = E_s/E_c$) và $\rho = A_s/bd$. Đối với tiết diện trên ta có,

$$d = D - 1 - 0,5 \times (4/8) = 6 - 1 - 0,25 = 4,75 \text{ in}$$

$$\rho = \frac{2 \times (0,2 \text{ in}^2)}{12 \times 4,75} = 0,0070 ; n = \frac{29000}{3604} = 8,04$$

$\Rightarrow k = 0,28$ (giá trị này **hop lý** không?) **Ans: $k < 0,3$** không bị **phá hoại dòn**

Tính mômen M_y quanh **trọng tâm khối bê tông chịu nén**, mà vị trí của nó cách mép trên của tiết diện một khoảng bằng $kd/3$, ta có:

$$M_y = \sum A_s f_s (jd) = A_s f_s (d - kd/3)$$

$$M_y = (0,4 \text{ in}^2) \times 60 \times (4,75 - 0,28 \times 4,75/3) = 103,4 \text{ kip-in}$$

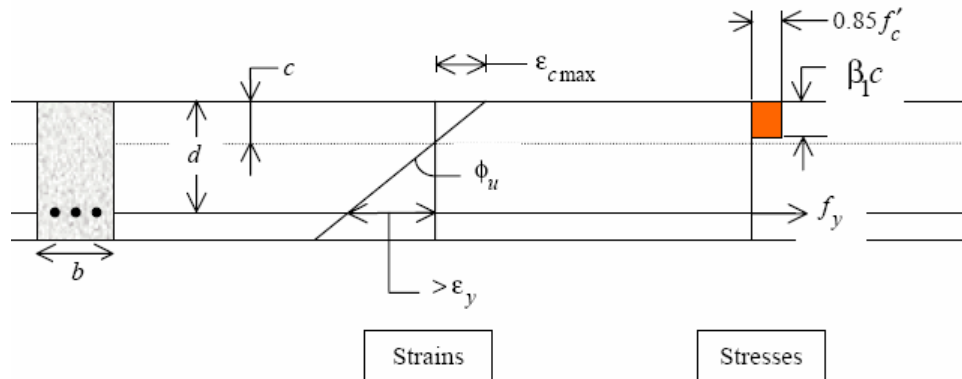
Độ cong tương ứng:

$$\phi_y = \frac{\epsilon_y}{d - kd} = \frac{0,0021}{4,75 - 0,28 \times 4,75} = 6,1 \text{E-}4 \text{ in}^{-1}$$

ả hư vậy **toạ độ điểm chảy dẻo** (ϕ_y, M_y) trên đường quan hệ (ϕ - M) là (6,1E-4 ; 103,4)

c) Tối hạn (*ultimate*)

Hình dưới cung cấp thông tin cần thiết để tìm **mômen tối hạn** (M_u) và **độ cong tối hạn** (ϕ_u).



Giả thiết **khối ứng suất bê tông chịu nén** dạng chữ nhật kiểu **Whitney-type** ($\beta_1 = 0,85$),

chiều cao đến trục trung hoà là: $c = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b \beta_1} = \frac{0,4 \times 60}{0,85 \times 4 \times 12 \times 0,85} = 0,69 \text{ in}$

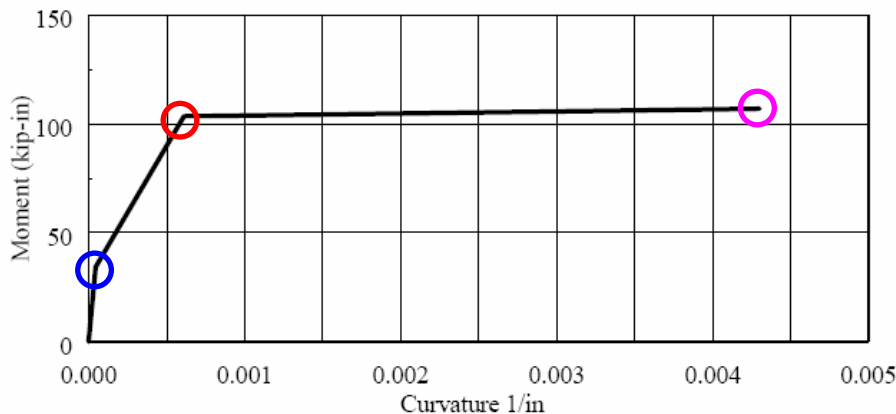
Mômen tối hạn M_u tính bằng:

$$M_u = A_s f_y (d - 0,5 \beta_1 c) = 0,4 \times 60 \times (4,75 - 0,5 \times 0,85 \times 0,69) = 106,9 \text{ kip-in}$$

Độ cong tối hạn ϕ_u là: $\phi_u = \frac{\epsilon_{c \max}}{c} = \frac{0,003}{0,69} = 4,3 \text{E-}3 \text{ in}^{-1}$

ả hư vậy **toạ độ điểm tối hạn** (ϕ_u, M_u) là (4,3E-3 ; 106,9).

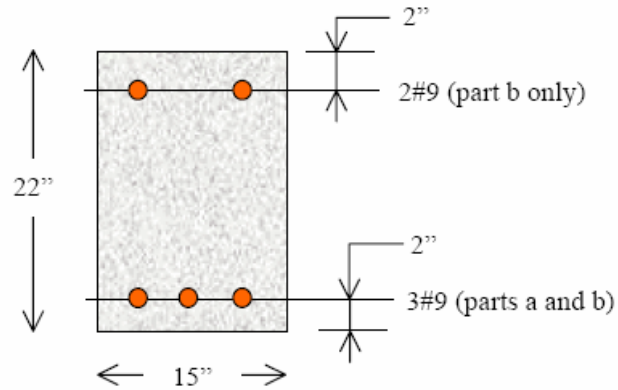
Chú ý chỉ có **khác biệt nhỏ** giữa mômen M_y (104 kip-in) và mômen M_u (107 kip-in).



4.2.3 Phân tích mômen-độ cong của dầm BTCT

Phân tích mẫu dầm BTCT dưới đây có phương pháp tương tự như ví dụ bản BTCT trình bày ở trên. Hai trường hợp sẽ được nghiên cứu : (a) chỉ có thép chịu kéo, (b) có thép chịu kéo và chịu nén. Các dữ liệu chính trình bày trong bảng dưới đây.

f'_c	4 ksi
f_y	60 ksi
f_r	0.474 ksi
I_g	13,210 in ⁴
E_c	3604 ksi
ρ	0.0099
ρ'	0.0066



1. Phần 1: Không có thép chịu nén (không có 2#9)

a) Bắt đầu nứt

$$M_{cr} = \frac{I_g}{y_t} f_r = \frac{13310}{11} (0,474) = 573 \text{ kip-in}$$

$$\phi_{cr} = \frac{M_{cr}}{E_c I_g} = \frac{573}{3604 \times 13310} = 1,19E-5 \text{ in}^{-1}$$

b) Chảy dẻo

$$n = 8,04; \rho = 0,0099$$

$$k = \sqrt{2\rho n + (\rho n)^2} - \rho n = 0,327$$

$$M_y = A_s f_y \left(d - \frac{kd}{3} \right) = 3,0 \times 60 \times \left(20 - \frac{0,327 \times 20}{3} \right) = 3207 \text{ kip-in}$$

$$\phi_y = \frac{\varepsilon_y}{d - kd} = \frac{0,0021}{20 - 0,327 \times 20} = 1,56E-4 \text{ in}^{-1}$$

c) Tối hạn

$$c = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b \beta_1} = \frac{3,0 \times 60}{0,85 \times 4 \times 15 \times 0,85} = 4,15 \text{ in}$$

$$M_u = A_s f_y \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) = 3,0 \times 60 \left(20 - \frac{0,85 \times 4,15}{2} \right) = 3282 \text{ kip-in}$$

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{c \max}}{c} = \frac{0,003}{4,15} = 7,2E-4 \text{ in}^{-1} \Rightarrow \mu_\phi = \phi_u / \phi_y = 4,6$$

2. **Phần 2:** Có thép chịu nén (có 2#9)

a) **Bắt đầu nứt** (như trên)

$$M_{cr} = \frac{I_g}{y_t} f_r = \frac{13310}{11} (0,474) = 573 \text{ kip-in}$$

$$\phi_{cr} = \frac{M_{cr}}{E_c I_g} = \frac{573}{3604 \times 13310} = 1,19E-5 \text{ in}^{-1}$$

b) **Chảy dẻo**

$$n = 8,04; \rho = 0,0099; \rho' = 0,0066; d = 20''; d' = 2''$$

$$k = \sqrt{2(\rho + \frac{d'}{d}\rho')n + (\rho + \rho')^2 n^2} - (\rho + \rho')n = 0,301$$

Phương trình tổng quát của mômen M_y là :

$$M_y = A_s f_y (d - \frac{kd}{3}) + A'_s f'_s (d' - \frac{kd}{3})$$

với ứng suất thép chịu nén là hàm số của khoảng cách k . á ếu ứng suất thép chịu kéo là f_y , thì biến dạng thép chịu nén có thể xác định bằng qui tắc tam giác như sau:

$$f'_s = \frac{kd - d'}{d - kd} f_y = 17,3 \text{ ksi}$$

$$M_y = 3,0 \times 60 (20 - \frac{0,301 \times 20}{3}) + 2,0 \times 17,3 (2 - \frac{0,301 \times 20}{3}) = 3238 \text{ kip-in}$$

$$\phi_y = \frac{\varepsilon_y}{d - kd} = \frac{0,0021}{20 - 0,301 \times 20} = 1,50E-4 \text{ in}^{-1}$$

c) **Tới hạn**

Tính toán (ϕ_u, M_u) đòi hỏi một số bước tính lặp để tìm vị trí trục trung hoà. Trong tính tay, ban đầu giả thiết biến dạng thép chịu nén ε'_s vượt quá biến dạng chảy ε_y , giả thiết này cũng sẽ được hậu kiểm.

$$c = \frac{A_s f_y - A'_s f'_s}{0,85 f'_c b \beta_1} = \frac{3,0 \times 60 - 2,0 \times 60}{0,85 \times 4 \times 15 \times 0,85} = 1,38 \text{ in}$$

$$M_u = (0,85 f'_c \beta_1 c b) (d - \frac{\beta_1 c}{2}) + A'_s f'_s (d - d') = 3321 \text{ kip-in}$$

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{c \max}}{c} = \frac{0,003}{1,38} = 2,20E-3 \text{ in}^{-1}$$

Kiểm tra lại giả thiết ban đầu cho biến dạng trong thép chịu nén,

$$\epsilon'_s = \epsilon_{c \max} \left(\frac{c - d'}{c} \right) = 0,0015 = 0,71 \epsilon_y < \epsilon_y \quad (\epsilon_y = 0,0021)$$

ả hư vậ giả thiết ban đầu là không đúng và đòi hỏi bước tính lặp khác. Sau một số lần tính lặp ta có:

$$c = 2.90''$$

$$\epsilon'_s = \epsilon_{c \max} \left(\frac{c - d'}{c} \right) = 0,003 \left(\frac{2,9 - 2,0}{2,9} \right) = 0,00093$$

$$f'_s = E_c \epsilon'_s = 29000 \times 0,00093 = 27 \text{ ksi}$$

$$M_u = (0,85 f'_c \beta_1 c b) \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + A'_s f'_s (d - d') = 3331 \text{ kip-in}$$

$$\phi_u = \frac{\epsilon_{c \max}}{c} = \frac{0,003}{2,9} = 1,0E-3 \text{ in}^{-1} \Rightarrow \mu_\phi = \phi_u / \phi_y = 6,7$$

Bây giờ khảo sát bảng dưới đây cho **BTCT tự do nở ngang** (không có cốt thép đai).

BTCT không đai	Thép chịu nén		
	Không	Có	
M_y	3207	3238	← ít thay đổi
ϕ_y	1,56E-4	1,50E-4	← không đổi
M_u	3282	3331	← ít thay đổi
ϕ_u	0,72E-3	1,0E-3	← tăng 40%
μ_ϕ	4,6	6,7	← tăng 40%

4.3 PHÂN TÍCH MÔMEN-ĐỘ CONG CỦA TIẾT DIỆN BỊ ÉP NGANG

4.3.1 Tính toán các đáp ứng

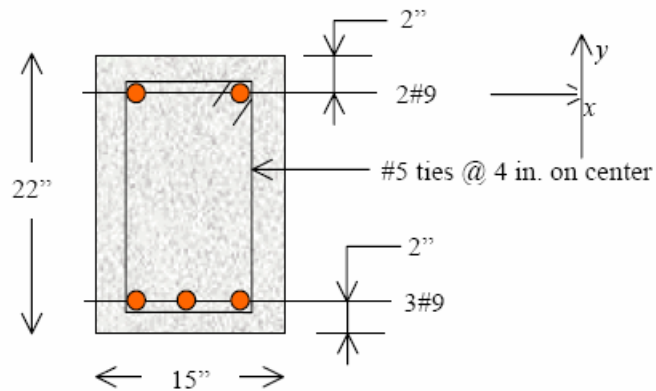
Trong tính toán bằng tay, mômen tại 3 mức **độ cong** (curvature) cũng được xác định tương tự như các **tiết diện tự do nở ngang**:

- độ cong khi bê tông xuất hiện nứt ϕ_{cr} (tại mômen gây nứt M_{cr})
- độ cong khi bê tông biến dạng chảy dẻo ϕ_y (tại mômen chảy dẻo M_y)
- độ cong khi bê tông biến dạng cực hạn ϕ_u (tại mômen cực hạn M_u)

Các phương pháp tính toán trình bày sau đây áp dụng cho **tiết diện dầm BTCT bị ép ngang** (có bố trí **thép đai**) với cấu tạo như hình vẽ dưới đây. Thép đai vòng #5, bước đai $s_h = 4''$.

Bước tính thứ nhất là xác định các đặc trưng của **bê tông bị ép ngang**. Trong ví dụ này, mômen uốn quanh trục **x-x** gây ra ứng suất nén ở phần đỉnh của mặt cắt dầm BTCT (phía thép #9). Trục **x** và **y** như hình vẽ.

f'_c	4 ksi
f_y	60 ksi
f_r	0.474 ksi
I_g	13,210 in ⁴
E_c	3604 ksi
ρ	0.0099
ρ'	0.0066



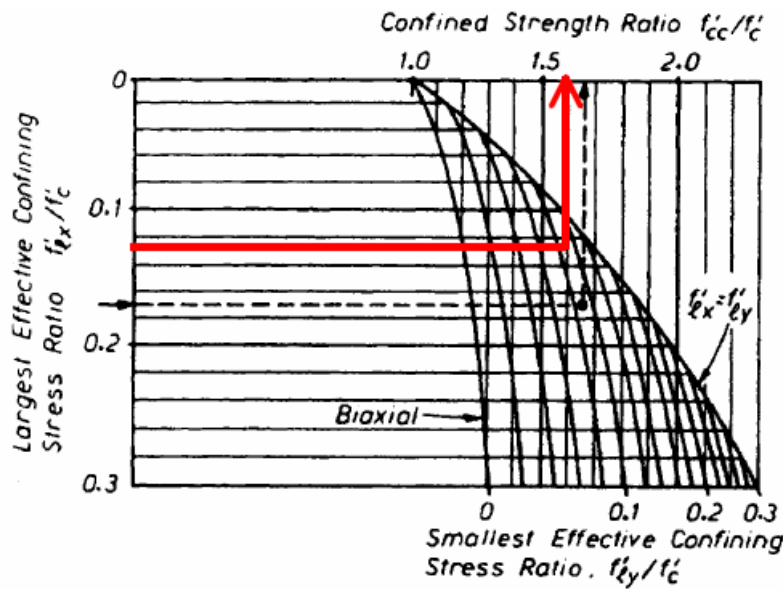
Với tiết diện như trên, sử dụng các công thức trong **Chương 3** ta có:

$$\begin{aligned}
 h_x'' &\approx 13.2 \text{ in} \\
 h_y'' &\approx 20.2 \text{ in} \\
 \rho_y &= \frac{2 \times 0.3}{4 \times 13.2} = 0.0114 \\
 \rho_x &= \frac{2 \times 0.3}{4 \times 20.2} = 0.0074
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \rho_y \\ \rho_x \end{aligned}} \right\} \Leftarrow \rho_y = \frac{2A_h''}{s_h h_x''}; \rho_x = \frac{2A_h''}{s_h h_y''}$$

Do tiết diện chữ nhật, **giả sử** hệ số hiệu quả $K_e = 0,75$, ta có:

$$\frac{f_{lx}'}{f'_c} = K_e \rho_x \frac{f_{yh}}{f'_c} = 0,75 \times 0,0074 \times \frac{60}{4} = 0,083$$

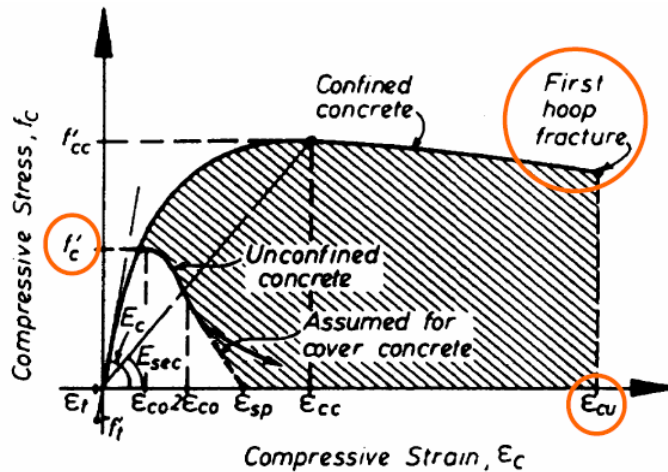
$$\frac{f'_{ly}}{f'_c} = K_e \rho_y \frac{f_{yh}}{f'_c} = 0,75 \times 0,0114 \times \frac{60}{4} = 0,128$$



Sử dụng biểu đồ trên, chú ý rằng cường độ ép ngang hiệu quả lớn nhất của ví dụ này là f'_{ly} , suy ra ta có $K = f'_{cc}/f'_c = 1,6$ và cường độ lõi bê tông bị ép ngang do đó bằng :

$$f'_{cc} = K f'_c = 1,6 \times 4 = 6,4 \text{ ksi}$$

Sử dụng mô hình Mander với các ký hiệu như trong hình dưới đây:



Ta có các thông số cần thiết khác để thiết lập đường quan hệ $(f_c - \epsilon_c)$ của tiết diện bê tông bị ép ngang là:

$$f_{yh} = f_y = 60 \text{ ksi}; \quad \epsilon_{sm} = 0,1 \text{ (thép Grade 60)}$$

$$\epsilon_{cu} = 0,004 + \frac{1,4(\rho_x + \rho_y)f_{yh}\epsilon_{sm}}{f'_{cc}} = 0,028$$

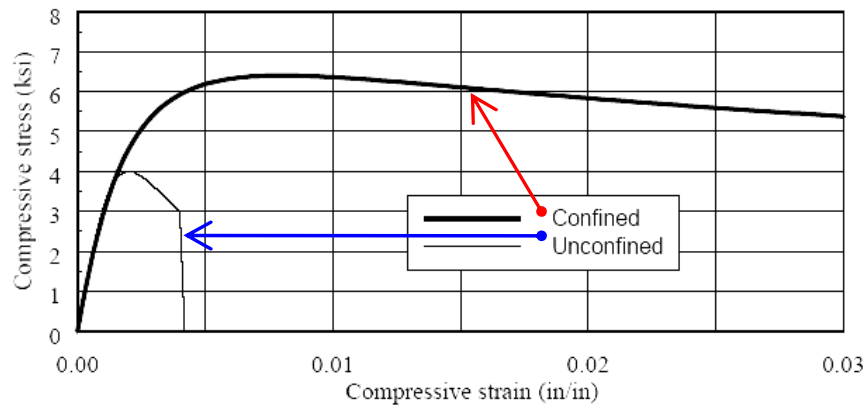
$$\epsilon_{cc} = 0,002[1 + 5(\frac{f'_{cc}}{f'_c} - 1)] = 0,008$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\epsilon_{cc}} = 800 \text{ ksi}; \quad E_c = 3604 \text{ ksi}$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} = 1,28; \quad x = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}} = 125\epsilon_c$$

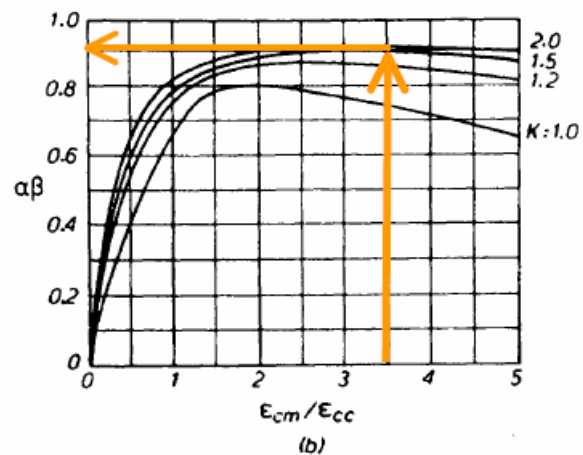
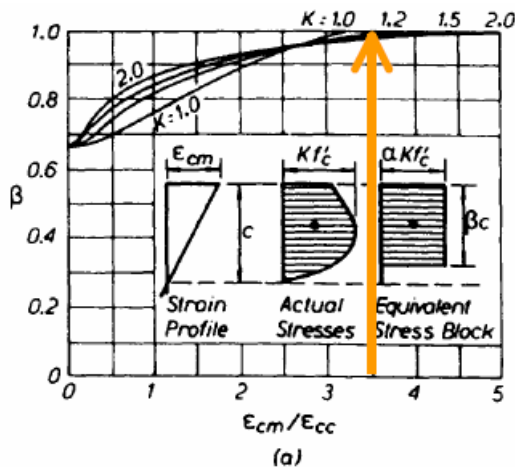
$$f_c = \frac{f'_{cc}xr}{r - 1 + x^r} = \frac{1024\epsilon_c}{0,28 + (125\epsilon_c)^{1,28}}$$

Đường quan hệ $\sigma-\epsilon$ của các trường hợp bê tông bị ép ngang và bê tông tự do nở ngang của ví dụ này được biểu diễn như sau:



Để tính mômen tới hạn M_u và độ cong tới hạn ϕ_u cho tiết diện này, các thông số khối ứng suất bê tông chịu nén cần phải được xác định. Các số liệu đã biết gồm:

$$K = f'_{cc} / f'_c = 1,6; \quad \text{chọn } \epsilon_{c_{max}} = \epsilon_{cu} = 0,028; \quad \epsilon_{cc} = 0,008; \quad \frac{\epsilon_{c_{max}}}{\epsilon_{cc}} = 3,5$$



Từ các biểu đồ trên ta có: $\beta = 1$, $\alpha\beta = 0.9$, $\alpha = 0.9$. Lúc này chúng ta có đủ các thông số cần thiết để thực hiện sự phân tích mômen-độ cong.

a) **Bắt đầu nút** (như trên)

$$M_{cr} = \frac{I_g}{y_t} f_r = \frac{13310}{11} (0,474) = 573 \text{ kip-in}$$

$$\phi_{cr} = \frac{M_{cr}}{E_c I_g} = \frac{573}{3604 \times 13310} = 1,19E-5 \text{ in}^{-1}$$

b) **Chảy dẻo** (như trên)

$$n = 8,04; \rho = 0,0099; \rho' = 0,0066; d = 20''; d' = 2''$$

$$k = \sqrt{2(\rho + \frac{d'}{d}\rho')n + (\rho + \rho')^2 n^2} - (\rho + \rho')n = 0,301$$

$$f'_s = \frac{kd - d'}{d - kd} f_y = 17,3 \text{ ksi}$$

$$M_y = A_s f_y (d - \frac{kd}{3}) + A'_s f'_s (d' - \frac{kd}{3}) = 3238 \text{ kip-in}$$

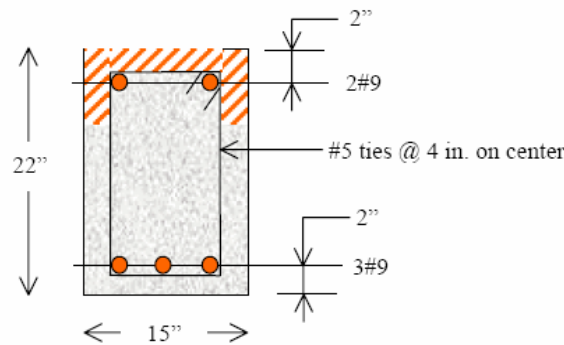
$$\phi_y = \frac{\epsilon_y}{d - kd} = \frac{0,0021}{20 - 0,301 \times 20} = 1,50E-4 \text{ in}^{-1}$$

c) **Tới hạn**

Trong tính toán bên dưới, bỏ qua ảnh hưởng cốt thép chịu nén.

➤ Tác động của quyết định này sẽ bàn luận sau.

Do nén ngang, bê tông sẽ có biến dạng max vượt xa biến dạng nứt vỡ (*spalling*) mà được giả thiết là $\epsilon_{sp} = 0,004$. Do đó, ở giai đoạn tính toán tới hạn cần giả thiết rằng lớp bê tông bảo vệ đã bị nứt vỡ (xem vùng chéo màu cam ở hình dưới).



$$b = 15 - 2(2 - 9/16 - 5/8) = 13,2 \text{ in}$$

$$d = 22 - 2 - (2 - 9/16 - 5/8) = 19,1 \text{ in}$$

$$\alpha = 0.9; \quad \beta_1 = 1,0$$

$$c = \frac{A_s f_y}{\alpha f'_{cc} b \beta_1} = \frac{3,0 \times 60}{0,9 \times 6,4 \times 13,2 \times 1} = 2,36 \text{ in}$$

$$M_u = (\alpha f_{cc}' \beta_1 c b) (d - \frac{\beta_1 c}{2}) = 3215 \text{ kip-in}$$

$$\phi_u = \frac{\epsilon_{cm}}{c} = \frac{0,0028}{2,36} = 1,19E-2 \text{ in}^{-1}$$

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} = 79,3$$

Bây giờ khảo sát bảng so sánh thông số dưới đây cho BTCT tự do nở ngang và BTCT bị ép ngang (không/có cốt thép đai).

BTCT cốt đơn	Thép đai		
	Không	Có	
M_y	3207	3207	← không đổi
ϕ_y	1,56E-4	1,56E-4	← không đổi
M_u	3282	3215	← ít thay đổi
ϕ_u	0,72E-3	1,19E-2	← tăng 17 lần
μ_ϕ	4,6	79,3	← tăng 17 lần

a)- Xét tác động loại bỏ thép chịu nén ảnh hưởng kết quả tính toán như thế nào?

➤ Sẽ ảnh hưởng vị trí trục trung hoà c khi xét đến thép chịu nén? ⇒ $c \downarrow$

○ Chú ý công thức:
$$c = \frac{A_s f_y - A_s' f_s}{\alpha f_{cc}' b \beta_1}$$

➤ ảnh hưởng biến dạng max của bê tông $\epsilon_{cu} = const$, và c thay đổi (giảm) do có xét đến thép chịu nén, độ cong tới hạn ϕ_u bị ảnh hưởng như thế nào? ⇒ $\phi_u \uparrow$

b)- Xét việc loại bỏ sự tái bền về biến dạng (strain hardening) của thép sẽ ảnh hưởng đến kết quả tính toán như thế nào?

➤ Ảnh hưởng trên cường độ M_u và độ cong ϕ_u ra sao? $f_y \uparrow \Rightarrow M_u \uparrow$ và $\phi_u \downarrow$

Tóm lại, độ cong tới hạn ϕ_u (ultimate curvature) và độ dẻo tới hạn $\mu_\phi = \phi_u/\phi_y$ (curvature ductility) của tiết diện thay đổi như thế nào? Xét bảng dưới đây:

	Tăng ϕ_u, μ_ϕ ?	
Tăng thép chịu kéo $\rho = A_s/bd$	giảm	
Tăng thép chịu nén $\rho' = A_s'/bd$		tăng
Tăng cường độ thép f_y	giảm	
Tăng cường độ bê tông f'_c		tăng
Tăng thép đai $\rho'' = \rho_x + \rho_y$		tăng
Tăng lực nén dọc ả	giảm	

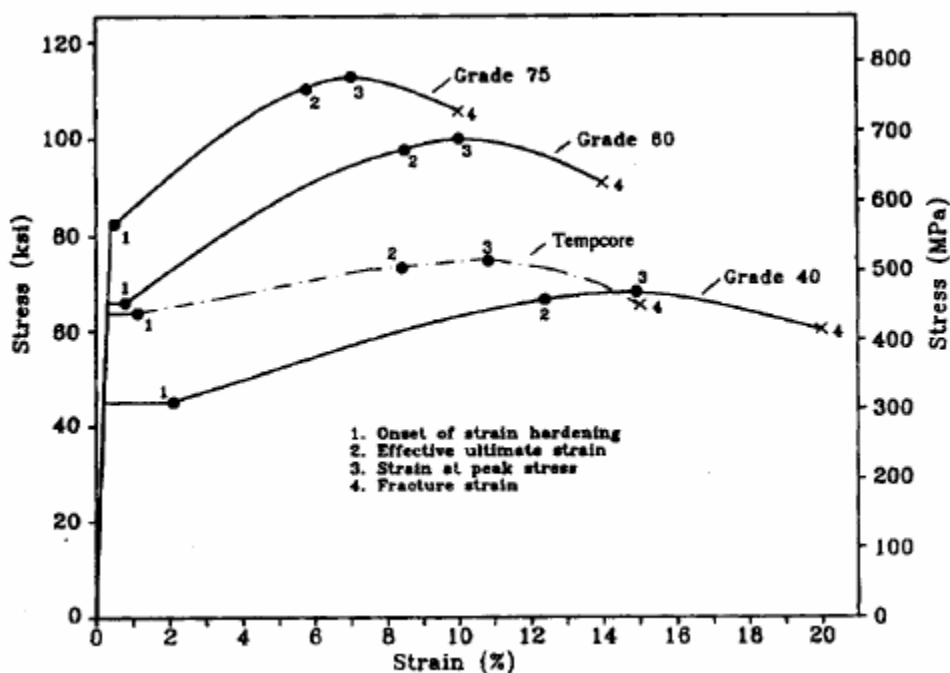
4.4 PHÂN TÍCH MÔMEN-ĐỘ CONG CỦA TIẾT DIỆN PHỨC TẠP

ả hiệu **phân tích mômen-độ cong** được thực hiện trong các văn phòng thiết kế sử dụng các phần mềm lập trình tính toán. Một số phần mềm tiêu biểu là:

- **BIAX**: phát triển bởi Wallace tại UC Berkeley vào đầu thập niên 1990.
- **UCFyber**: phát triển bởi Chadwell tại UC Berkeley vào cuối thập niên 1990, tham khảo tại Zevent website: <http://www.zevent.com/framep.html>
- **SEQMC**: phát triển bởi SEQAD vào cuối thập niên 1990, tham khảo tại SC Solutions website: <http://www.best.com/~solvers/seqmc.pdf>

Các chương trình tính toán đều vận hành tuân thủ một tiêu chuẩn thiết kế nào đó với nhiều đặc tính và cách sử dụng rất khác nhau. Phần dưới đây là **trình bày đơn giản** cách thiết lập các **quan hệ mômen-độ cong** cho các **tiết diện bất kỳ**. Một số là kết quả nghiên cứu của Priestley, Seible, và Calvi.

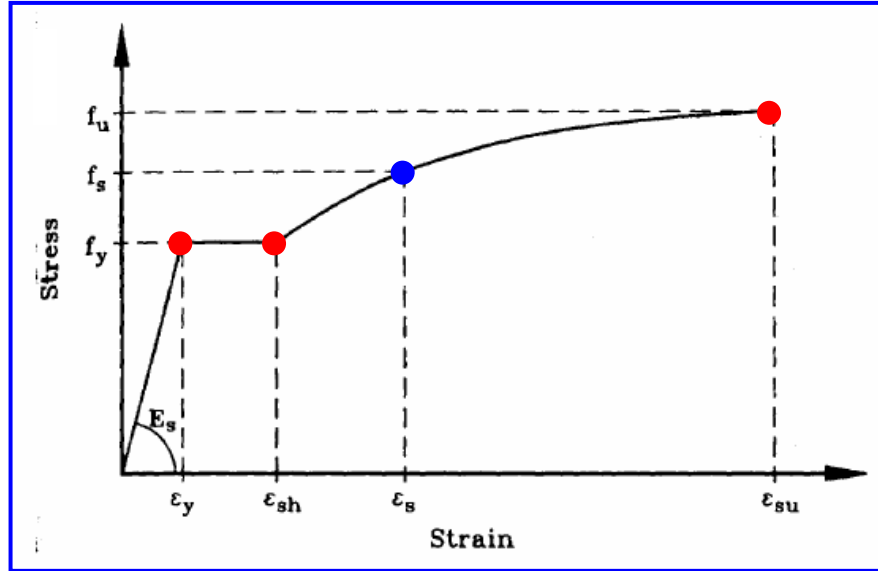
Trong phần này, giả thiết **quan hệ ($\sigma-\epsilon$) của bê tông** đã được **xác lập trước** (cho trước).



Ở đây trong **phân tích mômen-độ cong** giả thiết rằng quan hệ ($\sigma-\epsilon$) của **thép là đàn hồi dẻo lý tưởng (elastic perfectly plastic)**. Giả thiết đơn giản để tính toán như vậy cơ bản là bảo thủ. Mà hình minh họa trên, Priestley, Seible, và Calvi, thể hiện các đường cong ($\sigma-\epsilon$) khác nhau khi kéo thép:

- cường độ chảy dẻo **đanh nghĩa** so với cường độ chảy dẻo **thực đo**.
- vùng biến dạng chảy dẻo (**điểm 1**) và biến dạng cực hạn (**điểm 4**) cho các loại thép.
- các giá trị ϵ_{sm} khác nhau cho các loại thép (**điểm 3**).

Xét quan hệ σ - ϵ dưới đây chịu tải đơn của thép tròn **Grade 60** (Priestley, Seible, và Calvi).



Đối với loại thép này, cường độ chảy dẻo mong đợi-*expected yield strength* (f_{ye}) sẽ lớn hơn cường độ chảy dẻo danh nghĩa-*nominal yield strength* (f_y) khoảng 1,1-1,3 lần. Biến dạng $\epsilon_{sh} = 0,008$ và biến dạng cực hạn $\epsilon_{su} = 0,12$.

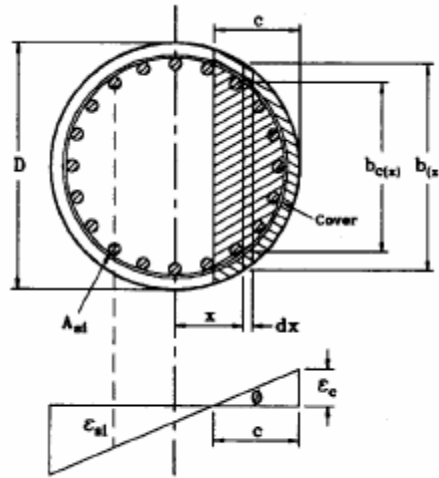
Trong miền biến dạng tái bền - *strain-hardening region* ($\epsilon_{sh} \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{su}$), ứng suất thép có thể tính bằng:

$$f_s = f_{ye} \left[1,5 - 0,5 \left(\frac{0,12 - \epsilon_s}{0,112} \right)^2 \right] \quad (4-1)$$

Trong phân tích với trường hợp biến dạng bê tông lớn hơn 0,003-0,004, người tính toán phải phân biệt giữa vùng bị ép ngang (*confined*) và vùng tự do nở ngang (*unconfined*) của cấu kiện BTCT:

- bê tông nằm trong thép đai xem như bị ép ngang
- bê tông nằm ngoài thép đai xem như tự do nở ngang

Phần còn lại của bài giảng sử dụng các thuật ngữ (*nomenclature*) của Priestley, Seible, và Calvi như trình bày trong hình dưới đây:



(a) Circular Column

Phân tích mômen-độ cong là một phương pháp **tính lặp** bao gồm xét đến lập **cân bằng lực dọc** và **cân bằng mômen** trên tiết diện tính toán và lựa chọn các giá trị của **biến dạng nén ở mép ngoài cùng**, *extreme fiber strain in compression* (ϵ_c).

Xét **tiết diện tròn** ở trên. ả ghiệm cho **tiết diện chữ nhật** thì tính tương tự nhưng đơn giản hơn.

Từ **cân bằng lực dọc** trên tiết diện ta có:

$$P = \int_{0,5D-c}^{0,5D} [b_{c(x)}f_c(\epsilon_x) + (b_{(x)} - b_{c(x)})f_{cu}(\epsilon_x)]dx + \sum_{i=1}^n A_{si}f_s(\epsilon_{xi}) \quad (4-2)$$

với: $\epsilon_x = \frac{\epsilon_c}{c}(x - 0,5D + c)$

Từ **cân bằng lực mômen** trên tiết diện ta có:

$$M = \int_{0,5D-c}^{0,5D} [b_{c(x)}f_c(\epsilon_x) + (b_{(x)} - b_{c(x)})f_{cu}(\epsilon_x)]x dx + \sum_{i=1}^n A_{si}f_s(\epsilon_{xi})x_i \quad (4-3)$$

trong đó: $\phi = \frac{\epsilon_c}{c}$

Trong các phương trình trên, $f_c(\epsilon)$, $f_{cu}(\epsilon)$, và $f_s(\epsilon)$ lần lượt là **ứng suất** trong bê tông **bị ép ngang**, **tự do nở ngang**, và **thép dọc**, và chúng là các hàm số của **biến dạng**; A_{si} là **diện tích thép dọc tại khoảng cách x_i** tính đến trục đối xứng. Các đại lượng khác xem chi tiết ở hình bên trên.

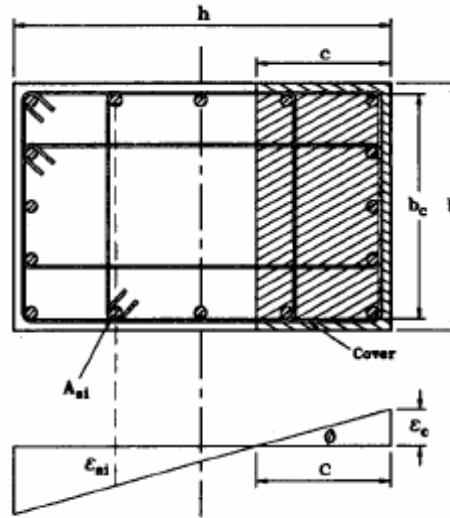
Chú ý nếu tiết diện là **hình chữ nhật**, các phương trình trên đây được đơn giản hoá như sau:

$$P = \int_{0,5D-c}^{0,5D} [b_c f_c(\epsilon_x) + (b - b_c) f_{cu}(\epsilon_x)] dx + \sum_{i=1}^n A_{si} f_s(\epsilon_{xi})$$

(4-4)

$$M = \int_{0,5D-c}^{0,5D} [b_c f_c(\epsilon_x) + (b - b_c) f_{cu}(\epsilon_x)] x dx + \sum_{i=1}^n A_{si} f_s(\epsilon_{xi}) x_i$$

(4-5)



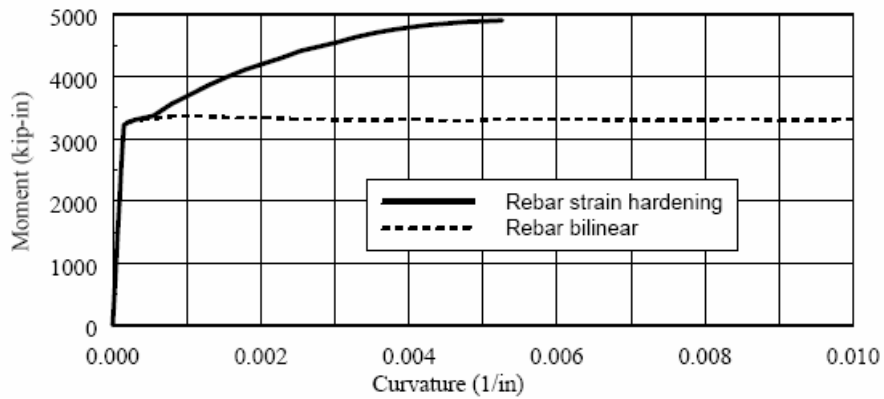
(b) Rectangular Column

Các bước giải tóm tắt như sau :

1. Chọn một giá trị biến dạng mép ngoài cùng ϵ_c và lực dọc trục P .
2. Tính chiều cao vùng bê tông nén c bằng phương pháp thử dần và kiểm tra sai số tương ứng với lực cho trước P và biến dạng cho trước ϵ_c (sử dụng (4-2) hay (4-4)).
3. Tính mômen M và độ cong ϕ bằng cách dùng các phương trình ở trên (sử dụng (4-3) hay (4-5)).
4. Chọn một giá trị mới của biến dạng ϵ_c (cho đến khi bằng biến dạng nén tối hạn của bê tông ϵ_{cmax}), sau đó lặp lại các bước tính 2 và 3.
5. Chọn một giá trị mới của lực dọc trục P .

4.5 PHÂN TÍCH TIẾT DIỆN VỚI PHẦN MỀM UCFYBER

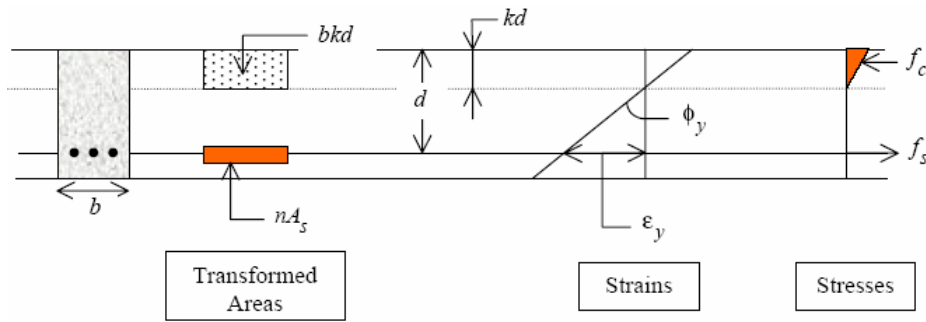
Phân tích mômen-độ cong dùng phần mềm tính toán UCFyber được tóm lược như sau:



Chú ý rằng ảnh hưởng của biến dạng thép tái bền có được xét đến trong chương trình tính toán UCFyber, khi đó so với mô hình thép đàn hồi dẻo lý tưởng (*bilinear model*), nhận thấy:

- có một lượng tăng đáng kể về cường độ tới hạn M_u (cần phải xem xét đến trong thiết kế khả năng phá hoại, *capacity design procedure*, tham khảo phần 1.2.3.4 của chương 1)
- có một lượng giảm đáng kể về độ cong tới hạn ϕ_u

PHỤ LỤC 1



Chứng minh:

$$k = \sqrt{2\rho n + (\rho n)^2} - \rho n$$

với $k = c/d$; $n = E_s/E_c$ và $\rho = A_s/bd$;

từ PTCB lực:

$$F_c = F_s \Leftrightarrow 0,5bkd \sigma_{c,max} = A_s \sigma_s \tag{P1-1}$$

$$\Rightarrow 0,5bkd (E_c \varepsilon_{c,max}) = A_s (E_s \varepsilon_s) \tag{P1-2}$$

từ sơ đồ biến dạng:

$$\frac{\varepsilon_{c,max}}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d - kd} \Leftrightarrow \varepsilon_{c,max} = \frac{k}{1 - k} \varepsilon_s \tag{P1-3}$$

Thế (P1-3) vào (P1-2) ta có:

$$0,5bkd \left(E_c \frac{k}{1 - k} \varepsilon_s \right) = A_s (E_s \varepsilon_s) \Rightarrow 0,5bdk^2 = \frac{E_s}{E_c} A_s (1 - k) \tag{P1-4}$$

Vì: $n = E_s/E_c$; $\rho = A_s/bd$ nên ta có :

$$0,5k^2 = \rho n (1 - k) \quad \rightarrow \quad k = \sqrt{2\rho n + (\rho n)^2} - \rho n \tag{P1-5}$$

PHỤ LỤC 2

Chứng minh:

$$k = \sqrt{2(\rho + k'\rho')n + (\rho + \rho')^2 n^2} - (\rho + \rho')n$$

với $k = c/d$; $k' = d'/d$; $n = E_s/E_c$ và $\rho = A_s/bd$; $\rho' = A'_s/bd$

tương tự cách tính của **Phụ lục 1**, từ PTCB lực:

$$F_c + F'_s = F_s \Leftrightarrow 0,5bkd \sigma_{c,max} = A_s \sigma_s - A'_s \sigma'_s \quad (P2-1)$$

$$\Rightarrow 0,5bkd (E_c \varepsilon_{c,max}) = A_s (E_s \varepsilon_s) - A'_s (E_s \varepsilon'_s) \quad (P2-2)$$

từ sơ đồ biến dạng:

$$\frac{\varepsilon_{c,max}}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d - kd} \Leftrightarrow \varepsilon_{c,max} = \frac{k}{1 - k} \varepsilon_s \quad (P2-3a)$$

$$\frac{\varepsilon'_s}{kd - d'} = \frac{\varepsilon_s}{d - kd} \Leftrightarrow \varepsilon'_s = \frac{k - k'}{1 - k} \varepsilon_s \quad (P2-3b)$$

Thế (P2-3) vào (P2-2) ta có:

$$0,5bkd \left(E_c \frac{k}{1 - k} \varepsilon_s \right) = A_s (E_s \varepsilon_s) - A'_s \left(E_s \frac{k - k'}{1 - k} \varepsilon_s \right) \quad (P2-4)$$

$$\Rightarrow 0,5bdk^2 = \frac{E_s}{E_c} A_s (1 - k) - \frac{E_s}{E_c} A'_s (k - k') \quad (P2-5)$$

Vì: $n = E_s/E_c$; $\rho = A_s/bd$; $\rho' = A'_s/bd$ nên ta có:

$$0,5k^2 = n\rho(1 - k) - n\rho'(k - k') \quad (P2-6)$$

→ $k = \sqrt{2(\rho + k'\rho')n + (\rho + \rho')^2 n^2} - (\rho + \rho')n \quad (P2-7)$