§3. TRẠNG THÁI CÂN BẰNG GIỚI HẠN TẠI MỘT ĐIỂM TRONG NỀN ĐẤT VÀ ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG GIỚI HẠN MOHR - COULOMB

3.1 Trạng thái cân bằng bền và trạng thái cân bằng giới hạn tại một điểm bất kỳ trong nền đất:

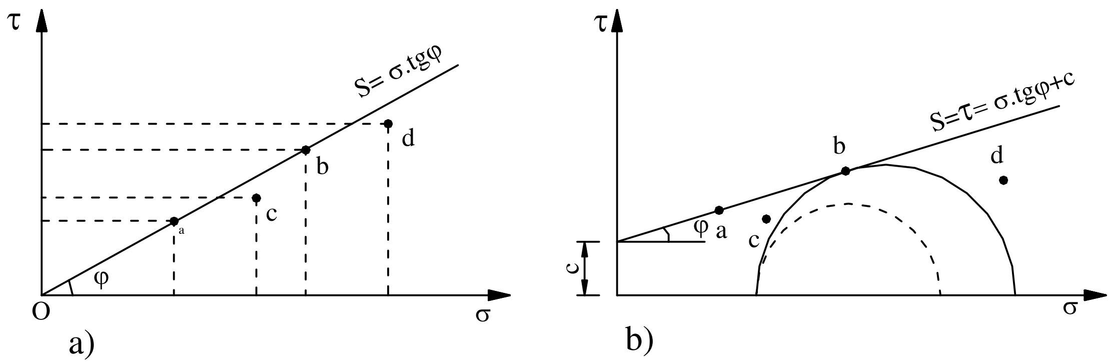
Cường độ chống cắt S của đất xác định theo công thức (IV-2) và (IV-3) của Coulomb là cường độ mà đất có thể phát huy trên một mặt phẳng đang xét. Nếu điểm M nằm ở trạng thái cân bằng bền (ổn định) khi:

$$\tau < S = \sigma tg\varphi \quad \text{và} \quad \tau < S = \sigma tg\varphi + c \qquad \text{(IV-15)}$$

Còn điểm M ở trạng thái cân bằng giới hạn khi :

$$\tau = S = \sigma tg\varphi \quad \text{và} \quad \tau = S = \sigma tg\varphi + c \qquad \text{(IV-16)}$$

Trên biểu đồ vẽ theo hệ trục toạ độ τ - σ, các điều kiện (IV-15) và (IV-16) được biểu diễn bởi vị trí của điểm có toạ độ σ và τ ứng với các ứng suất tác dụng trên mặt phẳng đang xét. Nếu điểm ấy nằm thấp hơn đường biểu diễn cường độ chống cắt của Coulomb, thì đất trên mặt phẳng ấy ở trạng thái cân bằng bền, chẳng hạn như điểm c và d trên hình (IV - 11). Trạng thái cân bằng giới hạn sẽ ứng với vị trí của những điểm nằm trên đường biễu diễn cường độ chống cắt của Coulomb, ví dụ điểm a và b trên hình (IV-11).

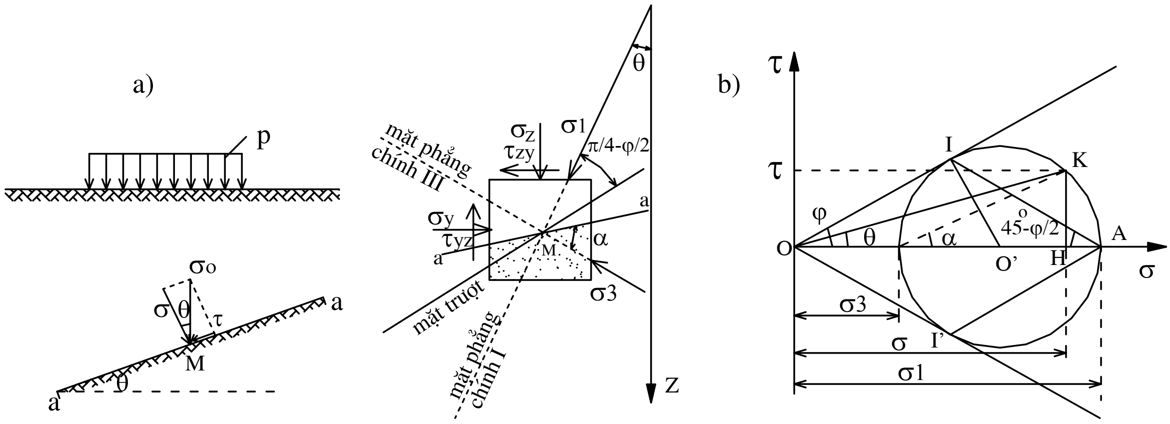


Hình IV-11: a) Đối với đất rời; b) Đối với đất dính

Để xác định điều kiện ổn định chống cắt của đất tại một điểm, cần chú ý rằng, qua điểm ấy có thể vẽ vô số mặt phẳng và trạng thái ứng suất tại điểm đó được biểu diễn bằng một vòng tròn ứng suất Mohr. Căn cứ vào những điều vừa nhận xét trên, có thể thấy rằng, tại điểm đang xét, đất chỉ có thể ở trạng thái cân bằng bền khi vòng tròn ứng suất Mohr tương ứng với điểm đó nằm thấp hơn đường biểu diễn cường độ chống cắt của Coulomb (hình IV - 11b, nét đứt quãng). Nếu đất tại điểm đó ở trạng thái cân bằng giới hạn và bắt đầu bị phá hoại, thì vòng tròn ứng suất Mohr sẽ tiếp xúc với đường biểu diễn cường độ chống cắt của culông tại một điểm (Hình IV - 11b nét liền). Vòng tròn ứng suất Mohr biểu diễn trạng thái ứng suất của điểm M, lúc này được gọi là vòng tròn Mohr ứng suất giới hạn.

3.2 Điều kiện cân bằng giới hạn Mohr - Coulomb.

Xét một nền đất cát chịu tải trọng trên bề mặt và một mặt phẳng ab đi qua điểm M bất kỳ trong nền đất ấy (hình IV-12), gọi tổng ứng suất tác dụng tại điểm M là σ_0, σ_0 có thể phân tích thành ứng suất pháp σ và ứng suất tiếp τ.



Hình IV - 12

Như trên đã trình bày, tại một điểm M bất kỳ khi diện chịu lực thay đổi thì σ và τ cũng thay đổi, và theo Mohr - coulomb khi σ thay đổi thì sức chống sắt S của đất tại điểm đó cũng thay đổi. Nếu gọi góc giữa ứng suất tổng cộng σ_0 và ứng suất pháp σ tác dụng tại điểm M là góc lệch θ, thì có thể đánh giá trạng thái ổn định chống cắt của đất tại điểm M đang xét thông qua góc lệch θ này**.**

Chọn hệ trục toạ độ τ - σ song song với phương của ứng suất chính σ_1, σ_3 tác dụng tại điểm M. Vẽ lên trên biểu đồ này đường biểu diễn sức chống cắt của đất theo Coulomb trạng thái ứng suất tại điểm M trong trường hợp bài toán phẳng, có thể biểu thị bằng vòng tròn ứng suất Mohr vẽ với các ứng suất chính σ_1 và σ_3 của nó (hình IV-12b). Mặt phẳng ab đi qua điểm M và làm với phương của ứng suất chính nhỏ nhất σ_3 một góc bằng α, nếu không phải là mặt trượt thì điểm K trên vòng tròn Mohr ứng với mặt phẳng ấy sẽ nằm thấp hơn đường chống cắt của Coulomb, Đoạn thẳng OH sẽ biểu diễn ứng suất pháp σ tác dụng trên mặt phẳng ab, còn đoạn HK thì biểu diễn ứng suất tiếp τ trên mặt phẳng ấy (hình IV - 12.b), và từ hình (IV-12.b) ta có:

$$tg\widehat{HOK} = \frac{\overline{HK}}{\overline{OH}} = \frac{\tau}{\sigma} \qquad \text{(IV-17)}$$

Tỷ số $\frac{\tau}{\sigma}$ đồng thời cũng là tang của góc lệch trên hình (IV-12a), nên có thể nói rằng góc HOK biểu diễn góc lệch giữa ứng suất pháp σ và ứng suất σ_0. Mặt khác, cũng có thể thấy rằng, với các điểm trên vòng tròn Mohr ứng với các mặt phẳng không phải là mặt trượt, góc lệch θ bé hơn góc φ của đường biểu diễn chống cắt của Coulomb ($\theta < \varphi$).

Từ những điểm trình bày ở trên, có thể đi đến kết luận rằng, để đánh giá trạng thái ổn định chống cắt của đất tại một điểm bất kỳ, có thể dùng khái niệm góc lệch giữa ứng suất pháp σ tác dụng trên các mặt phẳng đi qua điểm đang xét và tổng ứng suất σ_0 tác dụng trên điểm ấy. Đất ở tại điểm ấy đạt tới trạng thái cân bằng giới hạn khi góc lệch lớn nhất θ_{max} bằng góc ma sát trong φ của đất, khi đó điểm K trên (hình IV-12b) sẽ trùng với điểm I và góc $2\alpha=\pi/2+\varphi$. Ta có:

$$\theta_{max} = \varphi \qquad \text{(IV-18)}$$

Điều kiện (IV-18) có thể viết dưới một dạng khác, trong đó θ_{max} được biểu diễn qua các ứng suất chính σ_1 và σ_3 trên vòng tròn Mohr:

$$\text{Sin } \theta_{max} = \frac{\overline{O'I}}{\overline{OO'}} = \frac{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}{\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \qquad \text{(IV-19)}$$

Vì vậy, điều kiện cân bằng giới hạn tại một điểm của các loại đất rời (thường được gọi là điều kiện cân bằng giới hạn Mohr - Coulomb) có thể biểu diễn bằng công thức sau:

$$\text{Sin}\varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \qquad \text{(IV-20)}$$

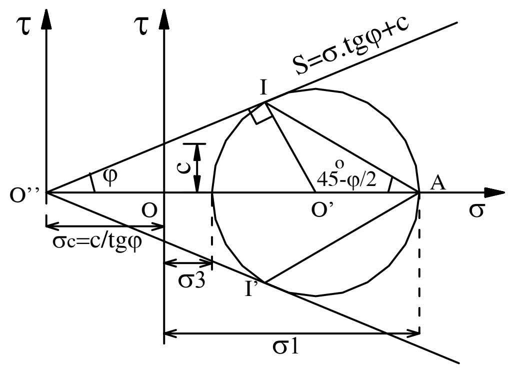
+ Trường hợp đất dính:

Đối với trường hợp đất dính, kéo dài đường Coulomb $S=\sigma.\text{tg}\varphi+c$ gặp trục hoành Oσ tại O'' đồng thời thay lực dính bằng áp lực dính tứ phía σ_ε và áp dụng hoàn toàn như đối với đất rời.

Lúc này:

$$\sin \theta_{max} = \frac{\overline{IO'}}{O''O + OO'} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + 2\sigma_\varepsilon} \qquad \text{(IV-21)}$$

$$\text{Hay } \sin\varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + 2\frac{c}{\text{tg}\varphi}} \qquad \text{(IV-22)}$$



Hình IV-13

Công thức(IV-22) là điều kiện cân bằng giới hạn Mohr - Coulomb viết cho đất dính.

Sau khi biến đổi, công thức (IV - 22) có thể viết dưới dạng tổng quát như sau:

$$\frac{1}{\cos\varphi} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \text{tg}\varphi \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = c \qquad \text{(IV - 23)}$$

Công thức (IV - 23) là công thức tổng quát, nói lên điều kiện cân bằng giới hạn tại một điểm bất kỳ trong nền đất. Đối với đất rời c = 0.

Từ công thức (IV - 22), sau một số biến đổi đơn giản, công thức này trở thành

$$\sigma_1 .(1 - \sin\varphi) = \sigma_3 .(1 + \sin\varphi) + 2.c.\cos\varphi$$

Chia hai vế cho (1-sinφ) ta được:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \cdot \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} + 2.c.\frac{\cos\varphi}{1-\sin\varphi}$$

và chú ý rằng: $\dfrac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} = tg^2(45^0 + \dfrac{\varphi}{2})$ và $\dfrac{\cos\varphi}{1-\sin\varphi} = tg(45^0 + \dfrac{\varphi}{2})$

Do đó: $\sigma_1 = \sigma_3 tg^2(45^0 + \varphi/2) + 2c.tg(45^0 + \varphi/2)$

Từ công thức (IV - 20) của đất rời: $\sin\varphi = \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$

Ta có: $\sigma_1\sin\varphi + \sigma_3\sin\varphi = \sigma_1 - \sigma_3$

$$\sigma_1(1-\sin\varphi) = \sigma_3(1+\sin\varphi)$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 . \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}$$

Do đó: $\sigma_1 = \sigma_3 .tg^2(45^0 + \varphi/2)$

Như vậy, các điều kiện cân bằng giới hạn tại một điểm bất kỳ trong nền đất ở các điều kiện (IV -20) và (IV - 22) có thể viết dưới dạng sau:

Đối với đất rời:

$$\sigma_1 = \sigma_3 . tg^2(45^0 + \frac{\varphi}{2}) \qquad \text{(IV - 24)}$$

Đối với đất dính:

$$\sigma_1 = \sigma_3 .tg^2(45^0 + \frac{\varphi}{2}) + 2c .tg(45^0 + \frac{\varphi}{2}) \qquad \text{(IV - 25)}$$

Dựa vào các biểu đồ vòng tròn Mohr kết hợp với đường biểu diễn cường độ chống cắt của Coulomb trên các hình (IV - 12 và IV - 13), có thể xác định được vị trí của các mặt trượt đi qua điểm M đang xét từ các quan hệ hình học trên có thể kết luận rằng, tại mỗi điểm trong nền đất đạt tới trạng thái cân bằng giới hạn, thì có một mặt trượt đi qua làm với phương ứng suất chính lớn một nhất góc (45 -φ/2), đồng thời có một mặt trượt thứ hai đi qua và làm với mặt trượt thứ nhất góc (90 - φ).

Mặt khác theo lý thuyết sức bền vật liệu ta có các quan hệ sau:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yz}^2} \qquad \text{(IV - 26)}$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yz}^2} \qquad \text{(IV - 27)}$$

Trong đó σ_z, σ_y và $\tau_{yz}=\tau_{zy}$ là các ứng suất thành phần pháp tuyến và tiếp tuyến thuộc bài toán phẳng.