Chương 17

ỐNG DÀY

Ống hình trụ cũng thường được sử dụng rộng rãi trong các ngành công nghiệp và xây dựng. Ví dụ: như nòng súng, ống dẫn khí, ống dẫn dầu....

Do điều kiện chịu áp suất khác nhau, điều kiện làm việc khác nhau mà ống có bề dày khác nhau. Nếu một ống có tỷ số giữa bề dày δ và bán kính trung bình R của nó $\frac{\delta}{R} > \frac{1}{10}$ gọi là ống dày. Trong chương này chủ yếu ta nghiên cứu tính toán cho ống dày.

Sự phân bố ứng suất ở thành ống dày khác nhau, độ bền của mỗi điểm trong ống dày cũng khác nhau. Dưới đây chúng ta trình bày bài giải của nhà bác học Lamer (người Pháp) đối với loại ống dày chịu áp suất bên trong và bên ngoài, với điều kiện vật liệu làm việc trong miền đàn hồi.

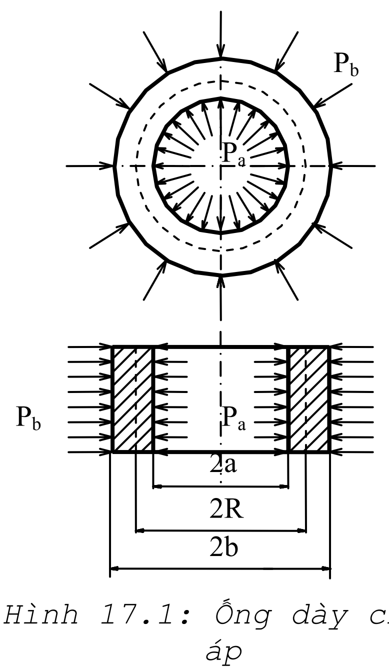
Để đơn giản bài toán chúng ta giới hạn nghiên cứu của chúng ta là:

- Ống trụ tròn có bề dày không đổi.
- Ống chịu áp suất bên trong và bên ngoài phân bố đều dọc theo trục ống.
- Xem ứng suất pháp dọc trục là không đổi theo suốt chiều dài ống.

17.1.ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG

Chúng ta xét một ống dày hình trụ tròn có bán kính trong là a, bán kính ngoài là b. Ống dày chịu áp suất bên trong là P_a và áp suất bên ngoài là P_b (hình17.1).

Chúng ta tưởng tượng tách từ ống dày ra một phân tố ABCDEFGH (hình 17.2a) giới hạn bởi các mặt sau đây:



Hình 17.1: Ống dày chịu áp suất bên trong và bên

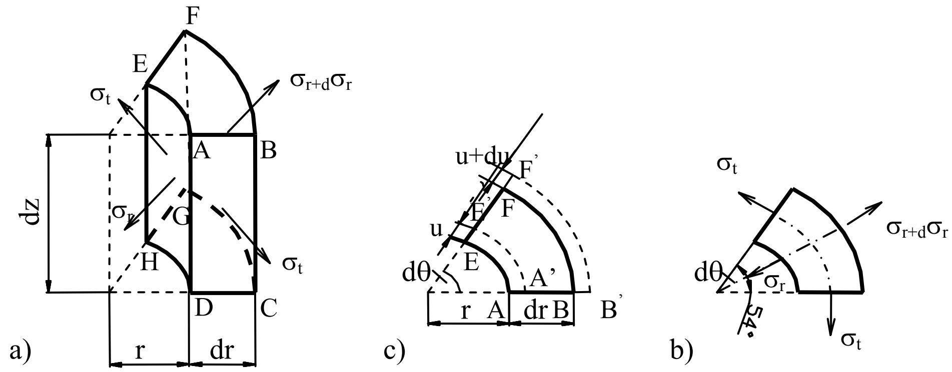
- Hai mặt cắt ngang (ABFE) và (DCGH) vuông góc với trục thanh và cách nhau một đoạn là dz rất nhỏ.
- Hai mặt phẳng xuyên tâm (ABCD) và (EFGH) chứa trục ống và hợp với nhau một góc vô cùng nhỏ dθ.
- Hai mặt trụ đồng tâm (ADHE) và (BCGF) có bán kính là r và r + dr.

Vì tải trọng và hình dáng của ống đối xứng nên ứng suất và biến dạng cũng đối xứng qua trục ống và không đổi theo dọc trục. Do tính chất đó cho nên khi ống bị biến dạng các góc vuông của các mặt ABCD và EFGH là không đổi, vì thế trên các mặt này không có ứng suất tiếp mà chỉ có ứng suất pháp theo phương tiếp tuyến.

Như vậy các mặt ABCD và EFGH là các mặt chính. Theo định luật đối ứng trên các mặt ADHE và BCGF cũng không có ứng suất tiếp và do đó các mặt này cũng là các mặt chính. Ứng suất pháp trên mặt trụ ADHE là ứng suất pháp hướng tâm và ký hiệu là σ_r. Cũng vì tính chất đối xứng nói trên nên ứng suất pháp σ_r và σ_t chỉ phụ thuộc vào bán kính r từ trục ống đến điểm xét ứng suất. Như vậy ứng suất pháp hướng tâm trên mặt trụ BCGF ở bán kính r + dr sẽ là $\sigma_r + d\sigma_r$.

Ở các mặt ABEF và CDHG cũng là mặt chính. Và tạm thời xem các ứng suất dọc trục này bằng 0($\sigma_z = 0$).

Để thiết lập công thức tính σ_r, σ_t ta hãy xét sự cân bằng của phân tố (hình 17.2a),muốn vậy chúng ta xem những lực nào tác dụng lên phân tố đó.



Hình 17.2:a-Một phân tố được tách ra từ ống dày
b-Phân tố sau khi biến dạng; c-

- Trên mặt ADHE chịu tác dụng của lực:

$$\sigma_r \cdot r d\theta \cdot dz$$

- Trên mặt BCGF chịu tác dụng của lực:

$$(\sigma_r + d\sigma_r)\,(r + dr)\,d\theta \cdot dz$$

- Trên các mặt ABCD và EFGH chịu tác dụng $\sigma_t \cdot dr \cdot dz$.

Dưới tác dụng các lực ấy phân tố phải cân bằng. Ta viết phương trình chiếu các lực lên phương hướng kính phân giác của góc dθ:

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta \cdot dz - \sigma_r \cdot r \cdot d\theta \cdot dz - 2\sigma_t drdz \sin\frac{d\theta}{2} = 0$$

Các phương trình cân bằng tĩnh học khác tự cân bằng.

Ta xem $\mathrm{Sin}\frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$ (vì dθ rất nhỏ) và bỏ qua vô cùng bé bậc 3 so với vô cùng bé bậc 2 , ta được: $\quad r d\sigma_r + \sigma_r dr - \sigma_t dr = 0$

Hay
$$\frac{r d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_t = 0 \qquad \text{(a)}$$

Vì phương trình (a) chứa hai ẩn σ_r và σ_t chưa thể có lời giải. Vì vậy ta phải xét sự biến dạng của phân tố.

Do tính chất đối xứng nên một điểm bất kỳ trong thành ống chỉ có thể di chuyển theo hướng kính (mặt cắt ngang của ống sau biến dạng co vào hoặc giãn ra nhưng vẫn là mặt tròn). Cho nên chỉ cần xét biến dạng của mặt ABEF. Sau biến dạng các điểm của A,B,E,F sẽ di chuyển đến các điểm A’,B’, E’ và F’ (hình 17.2b). Nếu ta gọi u là chuyển vị các điểm trên cung AE thì các điểm trên cung BF sẽ chuyển vị một đoạn u + du.

Vậy biến dạng tỷ đối ε_r theo phương hướng kính của đoạn dr sẽ là:

$$\varepsilon_r = \frac{\overset{\frown}{A'B'} - \overset{\frown}{AB}}{AB} = \frac{[(dr + u + du) - u] - dr}{dr} = \frac{du}{dr} \qquad \text{(b)}$$

Biến dạng tỷ đối theo phương tiếp tuyến là ε_t của cung AE là:

$$\varepsilon_r = \frac{A'E' - AE}{AE} = \frac{(r + u)du - rd\theta}{rd\theta} = \frac{u}{r} \qquad \text{(c)}$$

Theo định luật Hooke áp dụng cho trạng thái ứng suất phẳng sẽ là:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}\left[\sigma_r - \mu\sigma_t\right]; \quad \varepsilon_t = \frac{1}{E}\left[\sigma_t - \mu\sigma_r\right]$$

Hay
$$\sigma_r = \frac{E}{1-\mu^2}\left(\varepsilon_r + \mu\varepsilon_t\right); \ \sigma_t = \frac{E}{1-\mu^2}\left(\varepsilon_t + \mu\varepsilon_r\right)$$

Nếu kể đến (b) và (c):

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\mu^2}\left(\frac{du}{dr} + \mu\frac{u}{r}\right); \sigma_t = \frac{E}{1-\mu^2}\left(\frac{u}{r} + \mu\frac{du}{dr}\right) \qquad \text{(d)}$$

Mang (d) vào (a), ta được phương trình vi phân để xác định chuyển vị u:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0$$

Hay
$$\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\frac{d(ur)}{dr}\right) = 0 \qquad \text{(e)}$$

Lấy tích phân phương trình (e) liên tiếp hai lần, ta có: $u = Ar + \frac{B}{r}$ (g)

Mang (g) vào (d) , ta được:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2}\left[(1+\mu)A - \frac{1-\mu}{r^2}B\right] \\ \sigma_t &= \frac{E}{1-\mu^2}\left[(1+\mu)A + \frac{1-\mu}{r^2}B\right] \end{aligned}\right\} \qquad \text{(h)}$$

Các hằng số tích phân A, B được xác định nhờ các điều kiện ở mặt trong và mặt ngoài của ống:

Ở mặt trong $r = a$, $\sigma_{r\,(r=a)} = -\,p_a$

Ở mặt ngoài $r = b$, $\sigma_{r\,(r=b)} = -\,p_b$

Theo các điều kiện biên này ta tìm được:

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{1-\mu}{E}\cdot\frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} \\ B &= \frac{1+\mu}{E}\cdot\frac{a^2 b^2 (P_a - P_b)}{b^2 - a^2} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(i)}$$

Thay giá trị A và B vừa tính được vào (h), ta được công thức tính các ứng suất pháp:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{P_a \cdot a^2\left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right) - P_b b^2\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)}{b^2 - a^2} \\ \sigma_t &= \frac{P_a \cdot a^2\left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right) - P_b b^2\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)}{b^2 - a^2} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(17-1)}$$

Công thức này do Lamer tìm ra nên được mang tên của ông. Nhìn vào công thức dễ dàng thấy σ_r luôn luôn âm, còn σ_t dương hoặc âm còn tùy thuộc vào p_a và p_b.

Thay giá trị A và B vào (g) ta cũng tìm được công thức tính chuyển vị u:

$$u = Ar + \frac{B}{r} = \frac{1-\mu}{E}\cdot\frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2}\times r + \frac{1+\mu}{E}\frac{a^2 b^2 (P_a + P_b)}{b^2 - a^2}\times\frac{1}{r} \qquad (17\text{-}2)$$

Chuyển vị hướng tâm u này chính là biến dạng tuyệt đối của bán kính.

Chú thích: Nếu kể đến thành phần ứng suất dọc ống σ_z thì biến dạng tuyệt đối u được cộng theo một lượng do σ_z sinh ra (theo định luật Hooke) là: $-\frac{\mu}{E}\sigma_z$

Dưới đây chúng ta xét hai trường hợp riêng khi chỉ có áp suất bên trong và khi chỉ có áp suất bên ngoài.

17.2. ỐNG DAY CHỊU ÁP SUẤT BÊN TRONG ($p_b = 0$; $p_a = p$).

1) Về giá trị ứng suất .

Từ (17-1) , ta có công thức tính σ_r, σ_t :

$$\left.\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{P\cdot a^2}{b^2 - a^2}\left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right) \\ \sigma_t &= \frac{P\cdot a^2}{b^2 - a^2}\left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (17\text{-}3)$$

Từ công thức (17-2) , ta có:

$$u = \frac{P\cdot a^2 r}{E(b^2 - a^2)}\left[1 + \frac{b^2}{r^2} - \mu\left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right)\right] \qquad (17\text{-}4)$$

Dựa vào (17-3) ta thấy $\sigma_t > 0$và $\sigma_r < 0$. Biểu đồ ứng suất theo bán kính được biểu diễn trên hình 17.3a.

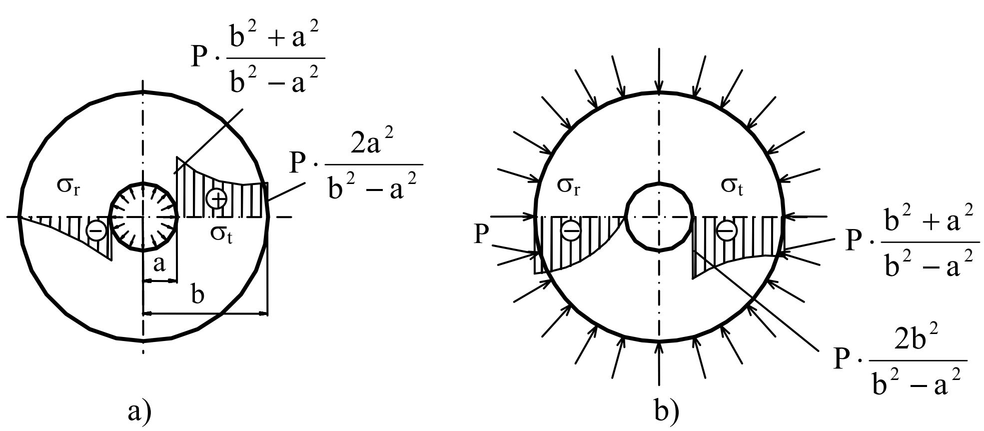
Dựa vào (17-3) dễ dàng thấy rằng σ_r, σ_t đều có giá trị tuyệt đối lớn nhất tại r = a:

$$\min \sigma_{r\,(r=a)} = -P = \sigma_3$$

$$\max \ \sigma_t(r = a) = P\cdot\frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} = \sigma_1$$

- Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất, thì ứng suất tương đương sẽ là :

$$\sigma_{td(r=a)} = \sigma_1 - \sigma_3 = P\frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} - (-P) = P\frac{2b^2}{b^2 - a^2} \le [\sigma] \qquad (17\text{-}5)$$



Hình 17.3:Biểu đồ ứng suất

Tại mép trong có giá trị ứng suất lớn nhất và theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất ta tính được giá trị ứng suất tương đương tại đó (dĩ nhiên cũng lớn nhất và các điểm ở mép trong là nguy hiểm nhất).

2/Về độ dày của ống (kí hiệu là δ). Ta có một số nhận xét:

- Ở mép ngoài, tức là r = b thì:

$$\sigma_t = P\frac{2a^2}{b^2 - a^2} \qquad (17\text{-}6)$$

a/ Khi mà bề dày δ của thành ống rất nhỏ thì có thể lấy gần đúng: $b^2 + a^2 \approx 2a^2$

Khi đó ứng suất σ_t ở mép trong ống bằng:

$$\sigma_{t(r=a)} = P\frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} \approx P\cdot\frac{2a^2}{b^2 - a^2} \qquad (17\text{-}7)$$

Như vậy ứng suất σ_t là phân bố đều từ mép trong ra mép ngoài và có trị số:

$$\sigma_t = P\frac{2a^2}{b^2 - a^2} = P\frac{2a^2}{(a+\delta)^2 - a^2} = \frac{Pa}{\delta}$$

(ở mẫu số ta bỏ qua δ^2 vì như đã nói bề dày δ nhỏ nên δ^2 < so với a^2)

b/ Nếu bề dày δ lớn, nghĩa là b lớn hơn a rất nhiều.

Giả sử $b \to \infty$, thì ta có:

$$\lim_{b\to\infty}\sigma_r = -P\cdot\frac{a^2}{r^2}\ ; \quad \lim_{b\to\infty}\sigma_t = +P\cdot\frac{a^2}{r^2}$$

Rõ ràng lúc này σ_r, σ_t tỷ lệ nghịch với r^2. Ví như giá trị ứng suất tại một điểm có r = 4a thì σ_t và σ_r giảm so với mép trong là 16 lần. Vì vậy có thể xem ứng suất σ_t, σ_r từ điểm đó trở ra là nhỏ không đáng kể.

Tại mép trong lúc này tại r=a

$$\lim_{b\to\infty}\sigma_{td} = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{P\cdot a^2}{a^2} - \left(-\frac{P\cdot a^2}{a^2}\right) = 2P \qquad (17\text{-}8)$$

Điều này có nghĩa là bề dày của ống lớn bao nhiêu đi nữa thì giá trị ứng suất tương đương của mép trong vẫn là:

$$\sigma_{tđ} = 2p \le [\sigma]$$

hay

$$P \le [\sigma]/2$$

Theo bất đẳng thức này cho ta thấy rằng, dù bề dày lớn đến bao nhiêu đi nữa áp suất tối đa ở bên trong của ống chỉ bằng một nửa ứng suất cho phép của vật liệu. Cũng có nghiã là những ống chủ yếu chịu áp suất bên trong thì để tăng độ bền ta không thể chỉ tăng độ dày của ống (ví dụ nòng súng, các ống chịu áp suất bên trong lớn) mà phải có các biện pháp khác. Các biện pháp đó chúng ta sẽ nghiên cứu sau.

17.3. ỐNG DÀY CHỊU ÁP SUẤT BÊN NGOÀI ($p_a = 0$; $p_b = p$).

Căn cứ vào (17-1), ta có:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_r &= -\frac{P\cdot b^2}{b^2 - a^2}\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)\\ \sigma_t &= -\frac{P\cdot b^2}{b^2 - a^2}\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)\end{aligned}\right\} \qquad (17\text{-}9)$$

Theo (17-2), ta có:

$$u = -\frac{Pb^2 r}{E\left(b^2 - a^2\right)}\left[1 + \frac{a^2}{r^2} - \mu\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)\right] \qquad (17\text{-}10)$$

Biểu đồ σ_r và σ_t được biểu diễn trên hình 17.3b. Dễ dàng thấy rằng mép trong vẫn nguy hiểm, vì giá trị ứng suất tương đương ở đó vẫn là lớn nhất.

$$\sigma_{td(r=a)} = \sigma_1 - \sigma_3 = 0 - \left(-P\frac{2b^2}{b^2 - a^2}\right) = P\frac{2b^2}{b^2 - a^2} \qquad (17\text{-}11)$$

Chú ý: $\sigma_1 = 0$ vì xem $\sigma_z = 0$, còn σ_r ở đây sẽ là σ_2 và $\sigma_3 = \sigma_t$. Với kết quả ở biểu thức (17-11) ta trở lại kết quả như ở (17-6) đối với trường hợp ống chỉ chịu áp suất bên trong. Ta có nhận xét:

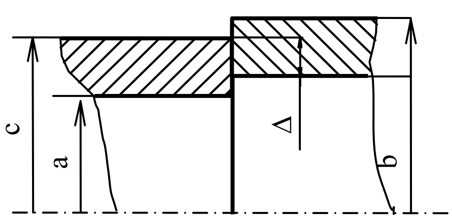
- Nếu a=0 tức là tấm tròn (ống đặc) chịu áp suất đều tác dụng ở chu vi ngoài thì $\sigma_t = \sigma_r = -p$.
- Nhìn vào (17-11), ta lại thấy $b \to \infty$ thì $\sigma_{td} \approx 2P \le [\sigma]$. Vậy $P \le [\sigma]/2$, cũng có nghĩa là đối với ống dày, áp suất bên ngoài nó chịu được cũng không lớn hơn $[\sigma]/2$.

17.4. BÀI TOÁN GHÉP ỐNG.

17.4.1. Đặt vấn đề. Ở phần ống chịu áp suất bên trong chúng ta đã có nhận xét dù ống có bề dày đến bao nhiêu đi nữa thì áp suất tối đa mà ống chịu được cũng chỉ bằng một nửa của giá trị ứng suất cho phép của vật liệu làm ra ống mà thôi. Vì vậy nhiều khi áp suất bên trong lớn thì việc chọn vật liệu trở nên khó khăn và không kinh tế. Để có thể tăng giá trị áp suất tác dụng bên trong ống người ta ghép nhiều ống với nhau. Mặt khác chúng ta biết điểm nguy hiểm của ống là ở mép trong, tức là khi ở mép trong nứt thì ở các điểm khác, nhất là ở mặt ngoài của ống ứng suất tương đương còn nhỏ. Vì vậy để tạo sự phân bố ứng suất đều hơn người ta tiến hành ghép ống, vì bản thân sự ghép ống sẽ gây cho ống trước khi chịu áp suất một hệ ứng suất trước có khả năng làm giảm các giá trị ứng suất thực khi nó làm việc. Dưới đây chúng ta sẽ trình bày cách ghép ống và qua đó thấy được cái lợi của nó.

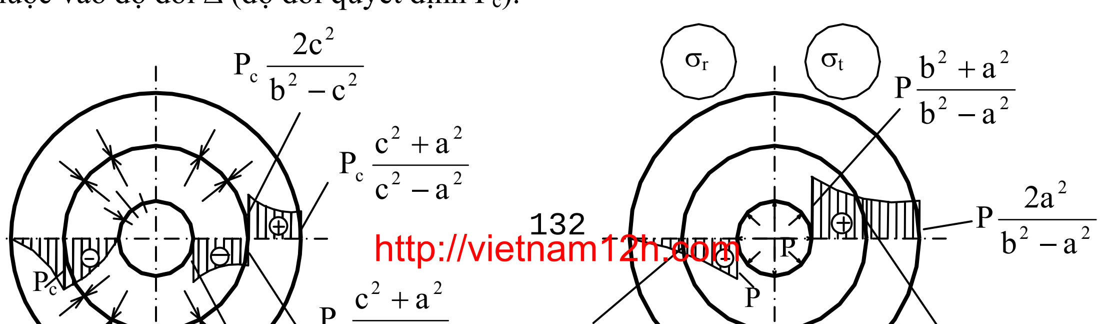
Ta hãy nghiên cứu bài toán ghép ống: Giả sử cho 2 ống có cùng bề dày, nhưng đường kính ngoài 2c của ống trong lớn hơn đường kính trong của ống ngoài là 2Δ, Δ gọi là độ dôi ghép ống (xem hình 17.4).

Rõ ràng muốn lồng được 2 ống vào nhau ta phải đốt nóng ống ngoài đến một nhiệt độ nhất định sao cho đường kính trong của ống ngoài giãn ra một lượng ít nhất bằng 2Δ. Sau đó lồng vào nhau và để nguội. Quá trình nguội của ống làm cho đường kính ngoài của ống trong bị co lại một lượng và đường kính trong của ống ngoài giãn ra một lượng so với ống ban đầu. Dĩ nhiên tổng độ giãn và độ co đó phải bằng 2Δ.



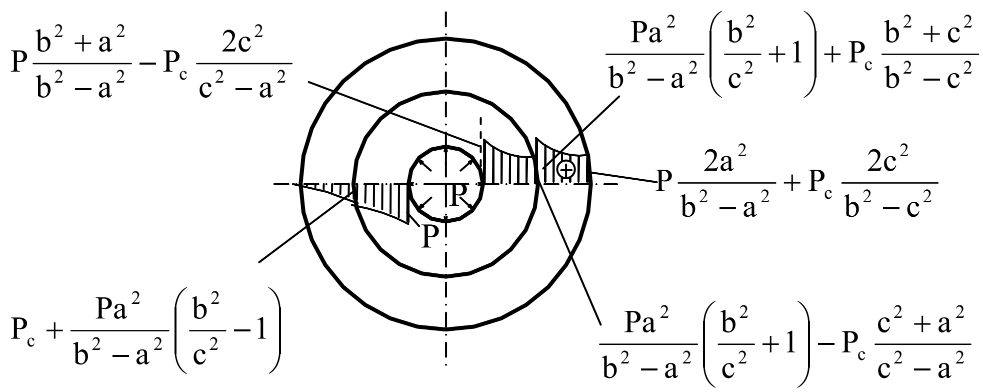
Hình 17.4:Ghép hai ống

- Ứng suất do mối ghép tạo nên: Ở mặt tiếp xúc sinh ra một áp suất gọi là p_c, đối với ống trong đó là áp suất bên ngoài, đối với ống ngoài nó là áp suất bên trong. Biểu đồ ứng suất trong ống ghép do p_c sinh ra được trình bày trên hình 17.5a. Biểu đồ này phụ thuộc vào độ dôi Δ (độ dôi quyết định P_c).



- Tiếp theo coi ống ghép là một ống có bán kính trong là a và bán kính ngoài là b. Nếu ống này chịu áp suất bên trong là p ta có được biểu đồ ứng suất như hình 17.5b (vẽ lại ở hình 17.3a)

Để có sự phân bố thực của ứng suất trong ống ghép khi ống ghép chịu áp suất bên trong thì ta cộng biểu đồ ứng suất trên hình 17.5a và 17.5b. Biểu đồ ứng suất đó được trình bày trên hình 17.6.Với cách ghép này ta thấy ứng suất σ_t ở hai ống tương đương nhau, nghĩa là hai ống sẽ hỏng cùng một thời điểm gần nhau.



Hình 17.6: Biểu đồ ứng suất

17.4.2.Xác định quan hệ giữa áp suất mặt ghép P_c và độ dôi.

Vấn đề đặt ra là với một giá trị p cho trước cần phải chọn độ dôi sao cho từ đó xuất hiện áp suất ở mặt tiếp xúc p_c có lợi. Muốn vậy ta hãy xét mối liên quan của p, p_c và độ dôi. Nếu gọi u_1 là độ co của mặt ngoài ống trong, u_2 là độ giãn của mặt trong ống ngoài thì như rõ ràng:

$$|u_1|+|u_2|=\Delta \qquad \text{(a)}$$

Dựa vào (17-2) ta có:

+ Ống ngoài chịu áp suất bên trong p_c:

$$u_2=\frac{P_c\cdot c^3}{E_b\left(b^2-c^2\right)}\left[1+\frac{b^2}{c^2}-\mu_b\left(1-\frac{b^2}{c^2}\right)\right]$$

+ Ống trong chịu áp suất bên ngoài p_c thì:

$$u_1=\frac{P_c\cdot c^3}{E_a\left(c^2-a^2\right)}\left[1+\frac{a^2}{c^2}-\mu_a\left(1-\frac{a^2}{c^2}\right)\right]$$

Trong đó: E_a, E_b là mô đuyn đàn hồi của ống trong và ống ngoài và μ_a ; μ_b là hệ số Poat-xông của ống trong và ống ngoài.

Mang các giá trị đó vào (a) và rút gọn ta được công thức tính độ dôi Δ cần thiết sao cho trong ống có p_c do sự ghép là:

$$\Delta = \frac{P_c \cdot c}{E_a}\left(\frac{c^2 + a^2}{c^2 - a^2} - \mu_a\right) + \frac{P_c \cdot c}{E_b}\left(\frac{b^2 + c^2}{b^2 - a^2} + \mu_b\right)$$

Hay
$$\Delta = P_c \cdot c\left[\frac{C_a}{E_a} - \frac{C_b}{E_b}\right] \qquad (17\text{-}12)$$

Trong đó :

$$\left.\begin{aligned} C_a &= \frac{c^2 + a^2}{c^2 - a^2} - \mu_a \\ C_b &= \frac{b^2 + c^2}{b^2 - c^2} + \mu_b \end{aligned}\right\} \qquad (17\text{-}13)$$

Từ (17-12) ta tính được áp suất p_c do ghép với độ dôi Δ định trước gây ra:

$$P_c = \frac{\Delta}{c\left(\frac{C_a}{E_a} + \frac{C_b}{E_b}\right)} \qquad (17\text{-}14)$$

Trường hợp hai ống ghép cùng vật liệu $E_a = E_b = E$ và $\mu_a = \mu_b = \mu$, thì công thức (17-14) sẽ được:

$$P_c = \frac{E \cdot \Delta}{2c^3}\frac{(c^2 - a^2)(b^2 - c^2)}{b^2 - a^2} \qquad (17\text{-}15)$$

- Muốn cho hai ống cùng vật liệu này bị phá hỏng cùng một lúc thì các điểm của mép trong ống trong và mép trong của ống ngoài có giá trị σ_{td} như nhau. Đây cũng là điều có lợi nhất ta thực hiện phép tính đó.

- Ứng suất σ_{td} ở mép trong của ống trong ký hiệu là $\sigma_{td}^{(A)}$:

$$\sigma_{td}^{(A)} = \sigma_1^{(A)} - \sigma_3^{(A)} = P \cdot \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} - P_c \cdot \frac{2c^2}{c^2 - a^2} - (-P)$$

(b)

- Ứng suất tương đương mép trong của ống ngoài ký hiệu là $\sigma_{td}^{(B)}$:

$$\sigma_{td}^{(B)} = \sigma_1^{(B)} - \sigma_3^{(B)} = \frac{Pa^2}{b^2 - a^2}\left(1 + \frac{b^2}{c^2}\right) + P_c\left(\frac{b^2 + c^2}{b^2 - c^2}\right) - \left[-P_c + \frac{P \cdot a^2}{b^2 - c^2}\left(1 - \frac{b^2}{c^2}\right)\right] \qquad (c)$$

Cho $\sigma_{td}^{(A)} = \sigma_{td}^{(B)}$ và sau khi rút gọn ta có :

$$P = \frac{b^2}{c^2} \cdot \frac{c^2 - a^2}{b^2 - a^2} = P_c\left(\frac{b^2}{b^2 - c^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2}\right) \qquad (d)$$

Sau đó mang giá trị p_c tính theo (17-15) vào đây ta tìm được độ dôi hợp lý (cho hai ống làm cùng một vật liệu): $\Delta = \frac{2P}{E} \times \frac{cb^2(c^2 - a^2)}{b^2(c^2 - a^2) + c^2(b^2 - c^2)}$ (17-16)

Đối với trường hợp này ta sẽ có công thức tính ứng suất tương đương bằng cách tính p_c theo (d) rồi thay vào (b) hoặc (c):

$$\sigma_{td} = P\frac{2b^2}{b^2-a^2}\left[1-\frac{1}{\frac{b^2}{b^2-c^2}+\frac{c^2}{c^2-a^2}}\right] \qquad (17\text{-}17)$$

Theo (17-17) ta thấy rằng ứng suất tương đương $\sigma_{tđ}$ phụ thuộc vào bán kính ghép c. Muốn cho việc ghép hai ống có lợi nhất ta phải chọn bán kính ghép c sao cho ứng suất tương đương $\sigma_{tđ}$ nhỏ nhất. Để có c, ta lấy đạo hàm bậc nhất của (17-17) cho bằng 0 ta được:

$$c = \sqrt{ab} \qquad (17\text{-}18)$$

Bán kính c này hợp lý nhất và công thức đó (17-18) do Gadôlin tìm ra.

Thay $c = \sqrt{ab}$ vào biểu thức tính $\sigma_{tđ}$, ta được:

$$\min\sigma_{td} = P\cdot\frac{b}{b-a} \qquad (17\text{-}19)$$

và mang c vào (17-16), ta có độ dôi Δ:

$$\Delta = \frac{P}{E}\sqrt{ab} \qquad (17\text{-}20)$$

Với những kết quả đã trình bày chúng ta hoàn toàn có thể chọn c, Δ theo (17-18) và (17-20) để có lơi nhất khi ghép ống.

Đối với các bài toán ghép nhiều ống cho tới nay vẫn chưa thấy ai giải quyết triệt để và trên thực tế sẽ càng ít gặp.

Ví dụ 1: Một ống dày chịu áp suất bên trong và bên ngoài (hình 17.1). Xác định áp suất bên trong P_a và độ biến dạng của bán kính trong và ngoài của ống với giả thiết áp suất bên trong P_a lớn hơn áp suất bên ngoài P_b. Cho biết $P_b = 0{,}1\,kN/cm^2$; $[\sigma]_k = 3\,kN/cm^2$; $[\sigma]_n = 12\,kN/cm^2$; $E = 1{,}2\cdot10^4\,kN/cm^2$; a=4cm; b=8cm và μ=0,24.

Bài giải: Vì ứng suất khi kéo và khi nén khác nhau, nên ta phải viết điều kiện bền theo Mohr:

$$\sigma_{td} = \sigma_1 - \alpha\sigma_3 \le [\sigma]_k$$

Trong đó :

$$\alpha = \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Như đã nói ở trên là ở mép trong là nguy hiểm nhất nên ta phải xác định ứng suất chính ở đó, tức là ở r=a. Ứng suất ở mép trong này được tính theo (17-1)

$$\sigma_{min} = \sigma_{r(r=a)} = \sigma_3 = -P_a$$

$$\sigma_{max} = \sigma_t = \sigma_1 \frac{P_a\cdot(\acute{a}^2+b^2)-2P_b\cdot b^2}{b^2-a^2}$$

Mang vào $\sigma_{tđ}$ và điều kiện bền ta có :

$$\frac{P_a\cdot(a^2+b^2)-2P_b\cdot b^2}{b^2-a^2} - \alpha(-P_a) \le [\sigma]_k$$

Ta tính được :

$$P_a = \frac{[\sigma]_k\left(\frac{b^2}{a^2}-1\right)+2P_b\cdot\frac{b^2}{a^2}}{(1-\alpha)+\frac{b^2}{a^2}(1+\alpha)} = \frac{3(4-1)+2\times 0{,}1\times 4}{(1-0{,}25)+4(1+0{,}25)}$$

$$P_a = \frac{9{,}8}{5{,}75} = 1{,}7\,\mathrm{kN/cm^2}$$

Để xác định độ biến dạng tuyệt đối Δ_a của bán kính trong ta sử dụng công thức (17-2) , trong đó ta thay r=a:

$$\Delta_a = u_{r=a} = \frac{1-\mu}{E}\cdot\frac{P_a\cdot a^2 - P_b\cdot b^2}{b^2-a^2}\times a + \frac{1+\mu}{E}\cdot\frac{a^2b^2}{a}\frac{P_a-P_b}{b^2-a^2} = 0{,}001\mathrm{cm}$$

Tương tự như tính chuyển vị Δ_a khi tính chuyển vị mặt ngoài Δ_b và lúc này trong công thức (17-2) ta thay r=b:

$$\Delta_b = u_{r=b} = 0{,}0007\mathrm{cm}$$

Ví dụ 2: Xác định bề dày của ống thép chịu áp suất bên trong $P = 20\,\mathrm{kN/cm^2}$. Sau đó tính độ giãn của bán kính trong. Biết $E = 2\cdot 10^4\,\mathrm{kN/cm^2}$; μ=0,3; a=2cm và $[\sigma] = 50\,\mathrm{kN/cm^2}$.

Bài giải: Ta sử dụng thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất và σ_{td} được tính theo (17-5):

$$\sigma_{td} = \sigma_1 - \sigma_3 = P\frac{2b^2}{b^2-a^2} \le [\sigma]$$

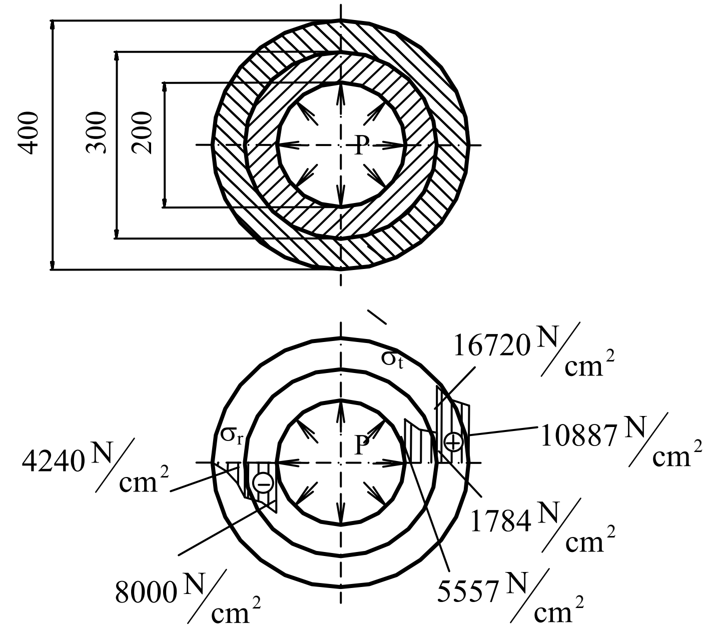
Rút ra:
$$b \ge \frac{a}{\sqrt{1-2\frac{P}{[\sigma]}}} = \frac{2}{\sqrt{1-2\frac{20}{50}}} = 4{,}5\mathrm{cm}$$

Bề dày ống sẽ là $\delta = b - a = 4{,}5 - 2 = 2{,}5\mathrm{cm}$

Với ống chịu áp suất bên trong thì độ giãn của bán kính trong được tính theo (17-4) với r=a:
$$\Delta_a = u_{r=a} = \frac{P\cdot a^3}{E(b^2-a^2)}\left[1+\frac{b^2}{a^2}-\mu\left(\frac{b^2}{a^2}-1\right)\right] = 0{,}0036\mathrm{cm}$$

Ví dụ 3: Hai ống dày cùng vật liệu được ghép với nhau với độ dôi là 2Δ=0,02cm (xem hình 17.7). Hãy vẽ biểu đồ ứng suất σ_r và σ_t trong thành ống khi chịu áp suất bên trong là $P = 8000\,\mathrm{N/cm^2}$. Cho biết $E = 2\cdot 10^7\,\mathrm{N/cm^2}$ và μ=0,3.

Bài giải: Đây là bài toán về ống ghép có độ dôi cho nên trước hết ta phải xác định áp suất tại chu vi giáp giới giữa hai ống là P_c do độ dôi sinh ra.



Hình 17.7:
a-Hai ống dày cùng vật liệu ghép với nhau;b- Biểu đồ ứng suất

Vì độ dôi cho trước và hai ống coi như làm cùng vật liệu, nên áp suất P_c được xác định theo công thức (17-15):

$$P_c = \frac{E\cdot\Delta}{2c^3}\frac{(c^2-a^2)(b^2-c^2)}{b^2-a^2}$$

$$= \frac{2\cdot 10^7\times 0{,}01}{2\cdot 15^3}\cdot\frac{(15^2-10^2)(20^2-15^2)}{(20^2-10^2)} = 2160\,\mathrm{N/cm^2}$$

Tương tự như trên hình 17.6c, thì các ứng suất được xác định như sau:

- Ở mặt trong của ống:

$$\sigma_r = -P = -8000\,\mathrm{N/cm^2}$$

$$\sigma_t = 8000\cdot\frac{20^2+10^2}{20^2-10^2} - 2160\cdot\frac{2\times 15^2}{15^2-10^2} = 5557\,\mathrm{N/cm^2}$$

- Ở mặt ngoài của ống trong:

$$\sigma_r = -2160 + \frac{8000\cdot 10^2}{20^2-10^2}\left(1-\frac{20^2}{15^2}\right) = -4240\,\mathrm{N/cm^2}$$

$$\sigma_t = \frac{8000\cdot 10^2}{20^2-10^2}\left(1+\frac{20^2}{15^2}\right) - 2160\frac{15^2+10^2}{15^2-10^2} = 1784\,\mathrm{N/cm^2}$$

- Ở mặt trong của ống ngoài:

$\sigma_r = -4240\,\mathrm{N/cm^2}$ (như σ_r ở mặt ngoài của ống trong)

$$\sigma_t = \frac{8000\cdot 10^2}{20^2-10^2}\left(1+\frac{20^2}{15^2}\right)+2160\frac{20^2+15^2}{20^2-15^2}=16720\,N/cm^2$$

- Ở mặt ngoài của ống ngoài: $\sigma_r = 0$

$$\sigma_t = 8000\cdot\frac{2\cdot 10^2}{20^2-10^2}+2160\cdot\frac{2\times 15^2}{20^2-15^2}=10887\,N/cm^2$$

Biểu đồ ứng suất σ_t và σ_r được biểu diễn trên hình 17.7b

Ví dụ 4: Chọn đường kính ghép 2c và đường kính ngoài 2b của một nòng súng ghép bởi 2 ống có đường kính trong 2a=100mm. Hãy xác định độ dôi hợp lí Δ ; cho biết áp suất lớn nhất lúc bắn là $P = 20\,kN/cm^2$, thép làm nòng súng có mô đun đàn hồi $E = 2\cdot 10^4\,kN/cm^2$ và giới han chảy của thép là $\sigma_{ch} = 60\,kN/cm^2$. Lấy hệ số an toàn n=2.

Bài giải : Dựa vào điều kiện của gadoline, ta xác định đường kính ngoài 2b theo công thức (17-19):

$$\sigma_{td} = P\cdot\frac{b}{b-a}\le[\sigma]=\frac{[\sigma]_{ch}}{n}$$

Suy ra
$$b \ge \frac{\sigma_{ch}\cdot a}{\sigma_{ch}-nP}=\frac{60\times 5}{60-2\times 20}=15cm$$

Chọn: b=15cm.

Bán kính ghép c được tính theo công thức (17-18):

$$c=\sqrt{ab}=\sqrt{5\times 15}=8{,}6cm$$

Độ dôi Δ xác định theo (17-20):

$$\Delta=\frac{P}{E}\sqrt{ab}=\frac{20}{2\cdot 10^4}\sqrt{5\times 15}=0{,}00865cm$$

CÂU HỎI TỰ HỌC:

17.1. Phương pháp xác định ứng suất và biến dạng trong ống dày ?

17.2. Trong ống dày chịu áp suất bên trong và bên ngoài cũng như chịu riêng lẽ áp suất bên ngoài hoặc bên trong thì ở nơi nào nguy hiểm nhất, bị phá huỷ trước ?

17.3.Vì sao phải tiến hành ghép ống ? Bài toán ghép ống chủ yếu đạt mục đích nào ?

17.4. Cách xác định độ dôi trong ghép ống ?

17.5. Bài toán của Gadoline để xác định các thông số độ dôi, ứng suất ở mặt ghép và bề dày của ống .

-----$$$$$-----

Chương 18

DÂY MỀM

18.1.KHÁI NIỆM

Các kết cấu dây mềm cũng thường gặp trong thực tế như dây điện, cầu treo bằng dây cáp, các dây neo tàu...Về mặt chịu lực các dây mềm chủ yếu chỉ chịu lực kéo, không chịu nén cũng như không chịu uốn. Mà như chúng ta đã biết, chịu kéo thì ứng suất đều như nhau, so với chịu uốn thì mọi điểm trên một mặt cắt đều nguy hiểm như nhau và như vậy tận dụng được vật liệu tốt hơn so với chịu uốn. Vì vậy kết cấu dây thường nhỏ hơn so với kết cấu tương ứng khác tương tự. Tuy vậy việc tính toán kết cấu dây có phức tạp hơn và nhược điểm của nó là ổn định kém (loại cầu dây).

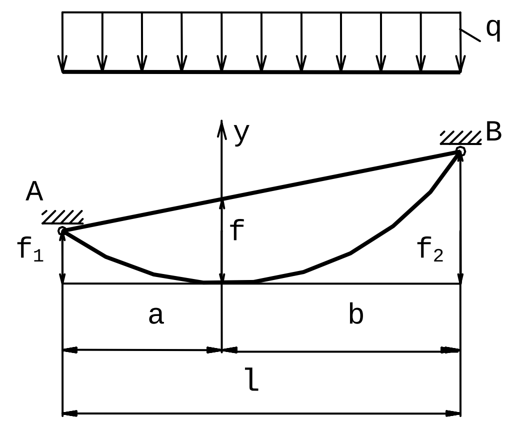
Ta hãy xét một dây mềm có mặt cắt ngang không đổi, chịu trọng lượng bản thân treo ở hai gối tựa không ngang mức nhau A và B (hình vẽ18.1).

Để dễ theo dõi quá trình nghiên cứu về dây mềm, ta chú ý một số khái niệm sau:

- Độ võng lớn nhất của dây mềm gọi là mũi tên và kí hiệu là f (hình 18.1).

- Khoảng cách giữa hai điểm A, B gọi là nhịp và kí hiệu là l.

-Trọng lượng bản thân hoặc tải trọng phân bố đều nào tác dụng lên dây cũng được xem gần đúng như phân bố đều trên nhịp với hợp lực bằng nhau trong các trường hợp đó (bởi vì thường độ chênh lệch A và B cũng như mũi tên nhỏ so với khoảng cách AB).



Hình 18.1:Sơ đồ dây mềm có tiết diện ngang không đổi chịu tải trọng bản thân

Nên lưu ý một điểm: Thiết kế dây mềm phải tính được chiều dài s, mũi tên f và lực căng lớn nhất trong dây, để chọn kích thước mặt cắt ngang hợp lí. Các thông số ấy phụ thuộc vào nhau, vì vậy thường tuỳ theo yêu cầu cụ thể của từng bài toán mà ta có một số thông số đó định trước và trên cơ sở đó tìm các thông số còn lại.

Có thể giải bài toán dây mềm bằng con đường chính xác. Nhưng phương pháp chính xác thì phải tính toán phức tạp mà kết quả của phương pháp gần đúng không sai lệch so với nó bao nhiêu. Nên ta thường dùng phương pháp gần đúng để giải bài toán dây mềm. Dưới đây chúng ta dùng phương pháp gần đúng để giải bài toán dây mềm chịu lực phân bố đều.

18.2.PHƯƠNG TRÌNH CỦA ĐƯƠNG DÂY VÕNG.

(trong trường hợp dây chịu lực phân bố đều).

-Tải trọng phân bố đều trên dây là q thì cũng phân bố đều trên nhịp là q (hình 18.1)

- Ta chọn gốc toạ độ xoy như trên hình 18.1. Cũng cần nói thêm trong thực tế gốc O là điểm thấp nhất của dây phụ thuộc vào tải trọng, chiều dài dây, nhịp và vị trí hai gốc A, B.

Ta hãy tách dây ra một đoạn tạo bởi hai mặt phẳng: mặt phẳng chứa trục y và vuông góc với dây. Mặt phẳng cách gốc O một đoạn là x (xem hình 18.2).

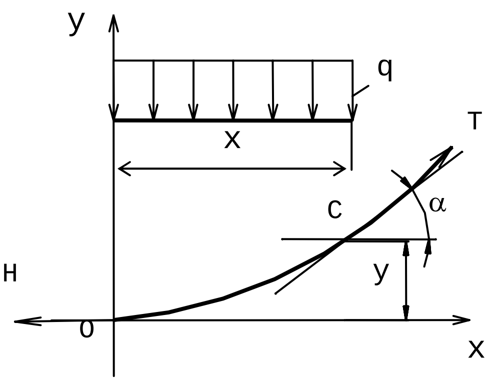
Ta hãy xét phương trình cân bằng: lấy mô men với điểm C:

$$\sum M(C) = H \cdot y - q \cdot \frac{x^2}{2} = 0 \qquad (18\text{-}1)$$

$$\rightarrow y = \frac{qx^2}{2H}$$

Trong đó: H- Lực căng nằm ngang của dây.

Phương trình (18-1) thể hiện đường cong của dây, gọi là phương trình đường dây.



Hình 18.2: Sơ đồ tính đường cong dây

18.3. LỰC CĂNG.

Sử dụng phương trình cân bằng chiếu tất cả các lực lên phương x của đoạn OC, ta có: $\sum P(x) = -H + T\cos\alpha = 0$

$$T = \frac{H}{\cos\alpha} \qquad (18\text{-}2)$$

Lực căng T tăng dần từ điểm thấp nhất đến điểm cao nhất của dây. Trị số lớn nhất ở chỗ có độ dốc lớn nhất:

$$T_{max} = \frac{H}{\cos\alpha_{max}} = H\sqrt{1 + tg^2\alpha_{max}} \qquad (a)$$

Mà ta biết hệ số góc $tg\alpha_{max} = y'$ tại x=b.

Ta lấy đạo hàm của (18-1), ta có:

$$T_{max} = \frac{q}{H} b = y'_{(x-b)}$$

Vậy: $$T_{max} = H\sqrt{1 + \left(\frac{qb}{H}\right)^2} \qquad (b)$$

Toạ độ điểm A(-a,f_1); điểm B(b,f_2)

Chú ý : a+b=l (c)

Từ (18-1), ta có:

$$f_1 = \frac{qa^2}{2H}$$

$$f_2 = y_{x=b} = \frac{qb^2}{2H}$$

Vậy độ chênh lệch giữa hai gối A, B là:

$$h = f_2 - f_1 = \frac{qb^2}{2H} - \frac{qa^2}{2H} = \frac{q}{2H}\left(b^2 - a^2\right) = \frac{q}{2H}(b + a)(b - a)$$

$$= \frac{q}{2H} \cdot l \cdot (b - a)$$

Từ đây suy ra : $$b - a = \frac{2H \cdot h}{ql} \qquad (d)$$

Từ (c) và (d), ta được:

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{l}{2} - \frac{Hh}{q \cdot l} \\ b &= \frac{l}{2} + \frac{Hh}{q \cdot l} \end{aligned}\right\} \qquad (18\text{-}4)$$

Thay b theo (18-4), ta được:

$$T_{max} = H\sqrt{1 + \left(\frac{q}{2H} + \frac{h}{l}\right)^2} \qquad (18\text{-}5)$$

Tương tự: $T_A = H\sqrt{1 + \left(\frac{q}{2H} - \frac{h}{l}\right)^2}$

Lực căng ngang: $H = \frac{qa^2}{2f_1} = \frac{qb^2}{2f_2}$

Ta có thể thiết lập công thức tính lực căng H bằng cách lập tỉ số:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{qa^2}{2H}}{\frac{qb^2}{2H}} = \frac{a^2}{b^2}$$

Từ đó rút ra : $\frac{a}{b} = \pm\sqrt{\frac{f_1}{f_2}}$

Hay: $1 + \frac{a}{b} = 1 \pm \sqrt{\frac{f_1}{f_2}} \rightarrow \frac{b+a}{b} = \frac{l}{b} = 1 \pm \sqrt{\frac{f_1}{f_2}}$

Cuối cùng ta có : $b = \frac{l}{1 \pm \sqrt{\frac{f_1}{f_2}}}$

Thay giá trị b vào (c) và biến đổi, ta sẽ thu được công thức tính lực căng ngang:

$$H = \frac{ql^2}{2\left(\sqrt{f_2} - \sqrt{f_1}\right)^2} \qquad (18\text{-}6)$$

Đấu cọng hoặc dấu trừ tuỳ theo vị trí điểm thấp nhất của đường cong dây. Dạng đường cong của dây có thể có 3 trương hợp xãy ra:

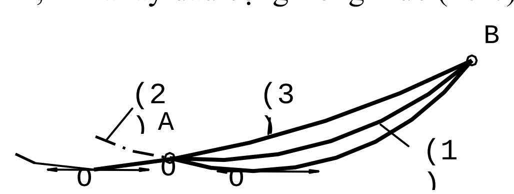
(1) Nếu điểm thấp nhất của dây trùng với một trong hai điểm A hoặc B, thì f_1=0 hoặc f_2=0.

Trên hình vẽ18.3 đường cong (1) ứng với điểm thấp nhất tại A (trùng với điểm A).

(2) Nếu điểm thấp nhất nằm trong đoạn AB, thì ta lấy dấu cọng trong thức (18-6). Đường cong (2) có điểm thấp nhất O trong AB và ở công thức (18-6) ta sử dụng dấu +.

(3) Nếu điểm thấp nhất của đường cong dây nằm ngoài điểm B hoặc A thì lấy dấu - (xem hình 18.3). Đường cong (3) có điểm thấp nhất O ngoài đoạn AB.

Ngược lại nếu biết được H mà phải tìm



Hình 18.3:Vị trí đường cong

f_1, f_2 thì chúng ta thay H vào (18-3), (18-4).

Ta có :

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= \frac{ql}{3H} + \frac{Hh^2}{2q\cdot l^2} - \frac{h}{2} \\ f_2 &= \frac{ql^2}{3H} + \frac{Hh^2}{1\cdot q\cdot l^2} + \frac{h}{2} \end{aligned}\right\} \quad (18\text{-}7)$$

- Chúng ta xét trường hợp đặt biệt tại gối treo A và B ngang mức nhau, tức là: $f_1=f_2=f$; $a=b=\frac{1}{2}$; $h= f_1=f_2=0$. Ta thấy rằng, lúc này điểm thấp nhất của đường cong dây ở giữa AB, nên tính được:

$$H = \frac{al^2}{8f} \quad (18\text{-}8)$$

Từ (18-8), ta có thể tính ngược lại múi tên f: $f = \frac{al^2}{8H}$ (18-9)

Và :

$$T_{max} = H\sqrt{1+\left(\frac{ql}{2H}\right)^2} = H\sqrt{1+\frac{16f^2}{l^2}}$$

$$T_{max} = \frac{ql^2}{8f}\sqrt{1+\frac{16f^2}{l^2}} \quad (18\text{-}10)$$

18.4.TÍNH CHIỀU DÀI CỦA DÂY (trường hợp lúc gối tựa ngang nhau).

Nếu gọi chiều dài của dây là S, thì ds là một đoạn dây vô cùng bé có liên hệ với dx là hình chiếu của ds trên trục x sẽ là:

$$ds = \frac{dx}{\cos\alpha} \quad \text{và} \quad s = \int_{-1/2}^{+1/2} \frac{dx}{\cos\alpha}$$

Hay:

$$S = \int_{-1/2}^{+1/2} \sqrt{1+tg^2\alpha dx} = 2\int_0^{1/2} \sqrt{1+tg^2\alpha dx}$$

Mà

$$tg\alpha = y' = \frac{qx}{H} = \frac{8f}{l^2}x$$

Nên cuối cùng ta được:

$$S = 2\int_0^{1/2} \sqrt{1+\frac{64f^2x^2}{l^4}}dx \quad (a)$$

Khai triển (a) thành chuỗi:

$$\int_0^{1/2} \sqrt{1+\frac{64f^2x^2}{l^4}} = 1+\frac{1}{2}\left(64\frac{f^2x^2}{l^4}\right) = 1+\frac{32f^2x^2}{l^4}$$

Độ dài của dây được tính như sau:

$$S = 2\int_0^{1/2}\left(1+\frac{32f^2x^2}{l^4}\right)dx = 1+64\frac{f^2}{l^4}\cdot\frac{x^3}{3}\Bigg|_0^{1/2}$$

Vậy: $$S = l\left(1 + \frac{8}{3}\frac{f^2}{l^2}\right) \qquad (18\text{-}11)$$

Điều kiện bền của dây: vì dây chịu kéo, nên tính toán như các thanh chịu kéo.
Gọi F là diện tich của mặt cắt ngang dây thì:

$$\sigma = \frac{T_{max}}{F} \le [\sigma]$$

Nếu độ dốc nhỏ thì ta lấy $T_{max} \approx H$

18.5. ẢNH HƯỞNG CỦA NHIỆT ĐỘ VÀ TẢI TRỌNG THAY ĐỔI ĐỐI VỚI DÂY MỀM.

a)Tính biến dạng thêm gây ra do riêng nhiệt độ thay đổi là:

$$\Delta S_1 = \alpha(t_2 - t_1)S \qquad (a)$$

b)Tính biến dạng riêng do sự thay đổi tải trọng:

$$\Delta S_2 = \frac{H_2 - H_1}{EF} \times S \qquad (b)$$

Trong đó: H_2-Lực căng ngang sau khi thay đổi tải trọng; H_1-Lực căng ngang trước khi thay đổi tải trọng; E- Mô đuyn dàn hồi. Công thức này là công thức tính biến dạng dài trong kéo đúng tâm.

Nếu gọi S_2 là chiều dài của dây sau khi có sự thay đổi nhiệt độ và thay đổi tải trọng; S_1 là chiều dài của dây trước khi thêm tải trọng và nhiệt độ, thì ta có:

$$S_2 = S_1 + \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$S_2 = l\left(1 + \frac{8}{3}\frac{f_1^2}{l^2}\right) + \alpha(t_2 - t_1)l + \frac{H_2 - H_1}{EF}\cdot l = l\left(1 + \frac{8}{3}\frac{f_2^2}{l^2}\right)$$

Trong đó: f_2- là mũi tên của dây sau khi tăng tải trọng và tăng nhiệt độ từ t_1 lên t_2; f_1 là mũi tên của dây trước khi tăng nhiệt độ và tăng tải trọng.

Ta dễ dàng có : $$f_1 = \frac{q_1 l^2}{8H_1} \; ; \quad f_2 = \frac{q_2 l^2}{8H_2}$$

Trong đó: q_1 là tải trọng ban đầu; q_2 là tải trong sau khi được tăng.

Thay các giá trị vào biểu thức S_2, sau khi biến đổi ta có phương trình bậc 3:

$$H_2^3 + \left[\frac{EFql^2}{24H_1^2} + EF\alpha(t_2 - t_1) - H_1\right]\cdot H_2^2 - \frac{EFq_2^2 l^2}{24} = 0 \qquad (18\text{-}12)$$

Phương trình (18-12) xem H_2 là ẩn số phải tìm, còn F, E, q_1, q_2, H_1, t_1, t_2 là những đại lượng đã biết.

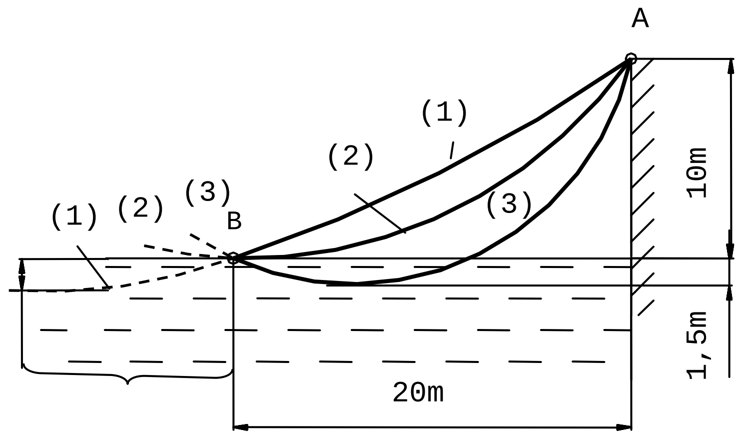
Giải (18-12) ta tìm được H_2, trên cơ sở đó có thể tính được f_2.

Chú ý : - Nếu chỉ có tải trong thay đổi, thì cho $\Delta S_2 \ne 0$, còn $\Delta S_1 = 0$.

- Nếu tải trọng không đổi mà nhiệt độ thay đổi thì q_2=q_1=q.
- Kết quả của (18-12) cũng dùng được khi nhiệt độ giảm.

Ví dụ 1: Một dây neo tàu có trọng lượng riêng $q = 30\,kN/m$.Tnh lực căng nằm ngang của dây theo 3 trường hợp:

a) Điểm thấp nhất bên trái điểm B.
b) Điểm thấp nhất trùng với điểm B.
c) Điểm thấp nhất ở phía bên phải điểm B.



Hình 18.4: Sơ đồ tính lực căng của dây nằm ngang

Bài giải :

1.Trường hợp (1): f_1=2m ; f_2=12m.

Theo (18-6) thì : $H = \dfrac{ql^2}{2\left(\sqrt{f_2}-\sqrt{f_2}\right)^2} = \dfrac{30\cdot 20^2}{2\left(\sqrt{12}-\sqrt{2}\right)^2} = 1427\text{kN}$

2/ Trường hợp (2): Điểm thấp nhất trùng với điểm B.

f_1=0 ; f_2=12m.

Vậy $$H = \frac{ql^2}{2\left(\sqrt{f_2}\right)^2} = \frac{ql^2}{2f_2} = \frac{30\cdot 20^2}{2\times 12} = 500\text{kN}$$

3/ Trường hợp (3): Điểm thấp nhất ở phía bên phải điểm B:

f_1=1,5m ; f_2=11,5m

$$H = \frac{ql^2}{2\left(\sqrt{f_2}-\sqrt{f_2}\right)^2} = \frac{30\cdot 20^2}{2\left(\sqrt{1,5}-\sqrt{11,5}\right)^2} = 280\text{kN}$$

Ví dụ 2: Một dây đồng có diện tích mặt cắt ngang F=80mm^2 đặt trên hai gối tựa cùng độ cao, nhịp của nó là l=120m, mũi tên võng f=6m.

Tính độ tăng ứng suất trong dây khi nhiệt độ giảm 15^{0}C, biết trọng lượng phân bố đều theo chiều dài của dây là $q = 8,62\,\text{N/m}$; hệ số giãn nhiệt $\alpha = 167\cdot 10^{-7}$ 1/độ. Mô đun đàn hồi của vật liệu $E = 2\cdot 10^6\ \text{N/cm}^2$.

Bài giải:

Khi nhiệt độ chưa tăng, lực căng ngang sẽ là:

$$H_1 = \frac{ql^2}{8f} = \frac{8,62\times 120^2}{8\times 6} = 2586\text{N} = 2,586\text{kN}$$

Ta xác định H_2 từ phương trình (16-12)

$$H_2^3 + \left[\frac{EFql^2}{24H_1} + EF\alpha\left(t_2 - t_1\right) - H_1\right]\cdot H_2^2 - \frac{EFq_2^2l^2}{24} = 0$$

Thay các giá trị bằng số đã cho vào phương trình trên và rút gọn , ta được :

$$H_2^3 + 57,4H_2^2 - 428 = 0$$

Giải phương trình này ta được lực căng ngang:

$$H_2 = 2668N = 2,668kN$$

Độ tăng ứng suất ở mặt cắt thấp nhất là :

$$\Delta\sigma = \frac{H_2 - H_1}{F} = \frac{2,668 - 2,586}{0,8} = 0,102\,kN/cm^2$$

CÂU HỎI TỰ HỌC.

18.1. Những ưu, khuyết điểm của dây mềm. Các kết quả tính toán dây mềm có độc lập nhau không?

18.2. Viết phương trình đường dây mềm khi chịu tải trọng phân bố đều.

18.3. Công thức xác định lực căng ngang H và lực căng lớn nhất T_{max}. Tính độ bền.

18.4. Các trường hợp có thể xãy ra với kết cấu dây mềm. Cách xác định các đại lượng từng trường hợp.

18.5. Sự thay đổi lực căng ngang khi thay đổi nhiệt độ và tải trọng.

- - -*****- - -