

Chương 18

DÂY MỀM

18.1.KHÁI NIỆM

Các kết cấu dây mềm cũng thường gặp trong thực tế như dây điện, cầu treo bằng dây cáp, các dây neo tàu...Về mặt chịu lực các dây mềm chủ yếu chỉ chịu lực kéo, không chịu nén cũng như không chịu uốn. Mà như chúng ta đã biết, chịu kéo thì ứng suất đều như nhau, so với chịu uốn thì mọi điểm trên một mặt cắt đều nguy hiểm như nhau và như vậy tận dụng được vật liệu tốt hơn so với chịu uốn. Vì vậy kết cấu dây thường nhỏ hơn so với kết cấu tương ứng khác tương tự. Tuy vậy việc tính toán kết cấu dây có phức tạp hơn và nhược điểm của nó là ổn định kém (loại cầu dây).

Ta hãy xét một dây mềm có mặt cắt ngang không đổi, chịu trọng lượng bản thân treo ở hai gối tựa không ngang mức nhau A và B (hình vẽ 18.1).

Để dễ theo dõi quá trình nghiên cứu về dây mềm, ta chú ý một số khái niệm sau:

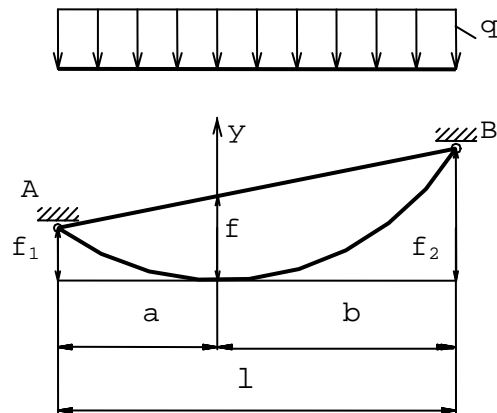
- Độ võng lớn nhất của dây mềm gọi là mũi tên và kí hiệu là f (hình 18.1).

- Khoảng cách giữa hai điểm A, B gọi là nhịp và kí hiệu là l .

-Trọng lượng bản thân hoặc tải trọng phân bố đều nào tác dụng lên dây cũng được xem gần đúng như phân bố đều trên nhịp với hợp lực bằng nhau trong các trường hợp đó (bởi vì thường độ chênh lệch A và B cũng như mũi tên nhỏ so với khoảng cách AB).

Nên lưu ý một điểm: Thiết kế dây mềm phải tính được chiều dài s , mũi tên f và lực căng lớn nhất trong dây, để chọn kích thước mặt cắt ngang hợp lí. Các thông số ấy phụ thuộc vào nhau, vì vậy thường tùy theo yêu cầu cụ thể của từng bài toán mà ta có một số thông số đó định trước và trên cơ sở đó tìm các thông số còn lại.

Có thể giải bài toán dây mềm bằng con đường chính xác. Nhưng phương pháp chính xác thì phải tính toán phức tạp mà kết quả của phương pháp gần đúng không sai lệch so với nó bao nhiêu. Nên ta thường dùng phương pháp gần đúng để giải bài toán dây mềm. Dưới đây chúng ta dùng phương pháp gần đúng để giải bài toán dây mềm chịu lực phân bố đều.



Hình 18.1: Sơ đồ dây mềm có tiết diện ngang không đổi chịu tải trọng bản thân

18.2.PHƯƠNG TRÌNH CỦA ĐƯƠNG DÂY VÔNG.

(trong trường hợp dây chịu lực phân bố đều).

-Tải trọng phân bố đều trên dây là q thì cũng phân bố đều trên nhịp là q (hình 18.1)

- Ta chọn gốc tọa độ xoy như trên hình 18.1. Cũng cần nói thêm trong thực tế gốc O là điểm thấp nhất của dây phụ thuộc vào tải trọng, chiều dài dây, nhịp và vị trí hai gốc A, B.

Ta hãy tách dây ra một đoạn tạo bởi hai mặt phẳng: mặt phẳng chứa trục y và vuông góc với dây. Mặt phẳng cách gốc O một đoạn là x (xem hình 18.2).

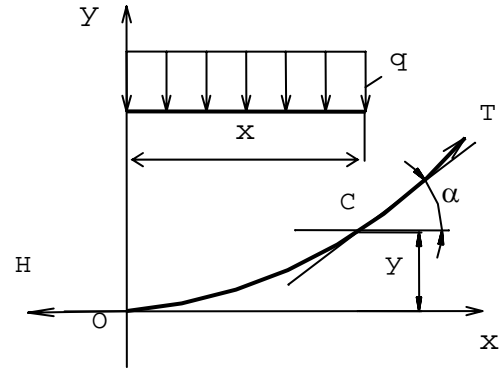
Ta hãy xét phương trình cân bằng: lấy mô men với điểm C:

$$\sum M(C) = H \cdot y - q \cdot \frac{x^2}{2} = 0 \quad (18-1)$$

$$\rightarrow y = \frac{qx^2}{2H}$$

Trong đó: H- Lực căng nằm ngang của dây.

Phương trình (18-1) thể hiện đường cong của dây, gọi là phương trình đường dây.



Hình 18.2: Sơ đồ tính đường cong dây

18.3. LỰC CĂNG.

Sử dụng phương trình cân bằng chiều tất cả các lực lên phương x của đoạn OC, ta có:

$$\sum P(x) = -H + T \cos \alpha = 0$$

$$T = \frac{H}{\cos \alpha} \quad (18-2)$$

Lực căng T tăng dần từ điểm thấp nhất đến điểm cao nhất của dây. Trị số lớn nhất ở chỗ có độ dốc lớn nhất:

$$T_{\max} = \frac{H}{\cos \alpha_{\max}} = H \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{\max}} \quad (a)$$

Mà ta biết hệ số góc $\operatorname{tg} \alpha_{\max} = y'$ tại $x=b$.

Ta lấy đạo hàm của (18-1), ta có:

$$T_{\max} = \frac{q}{H} b = y'_{(x=b)}$$

$$\text{Vậy: } T_{\max} = H \sqrt{1 + \left(\frac{qb}{H}\right)^2} \quad (b)$$

Toạ độ điểm A(-a, f₁); điểm B(b, f₂)

$$\text{Chú ý: } a+b=l \quad (c)$$

Từ (18-1), ta có:

$$f_1 = \frac{qa^2}{2H}$$

$$f_2 = y_{x=b} = \frac{qb^2}{2H}$$

Vậy độ chênh lệch giữa hai gó A, B là:

$$\begin{aligned} h = f_2 - f_1 &= \frac{qb^2}{2H} - \frac{qa^2}{2H} = \frac{q}{2H} (b^2 - a^2) = \frac{q}{2H} (b+a)(b-a) \\ &= \frac{q}{2H} \cdot l \cdot (b-a) \end{aligned}$$

$$\text{Từ đây suy ra: } b-a = \frac{2H \cdot h}{ql} \quad (d)$$

Từ (c) và (d), ta được:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{2} - \frac{Hh}{q \cdot l} \\ b &= \frac{1}{2} + \frac{Hh}{q \cdot l} \end{aligned} \right\} \quad (18-4)$$

Thay b theo (18-4), ta được:

$$T_{\max} = H \sqrt{1 + \left(\frac{q}{2H} + \frac{h}{l} \right)^2} \quad (18-5)$$

Tương tự:
$$T_A = H \sqrt{1 + \left(\frac{q}{2H} - \frac{h}{l} \right)^2}$$

Lực căng ngang:
$$H = \frac{qa^2}{2f_1} = \frac{qb^2}{2f_2}$$

Ta có thể thiết lập công thức tính lực căng H bằng cách lập tỉ số:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{qa^2}{2H}}{\frac{qb^2}{2H}} = \frac{a^2}{b^2}$$

Từ đó rút ra :
$$\frac{a}{b} = \pm \sqrt{\frac{f_1}{f_2}}$$

Hay:
$$1 + \frac{a}{b} = 1 \pm \sqrt{\frac{f_1}{f_2}} \rightarrow \frac{b+a}{b} = \frac{1}{b} = 1 \pm \sqrt{\frac{f_1}{f_2}}$$

Cuối cùng ta có :
$$b = \frac{1}{1 \pm \sqrt{\frac{f_1}{f_2}}}$$

Thay giá trị b vào (c) và biến đổi, ta sẽ thu được công thức tính lực căng ngang:

$$H = \frac{ql^2}{2(\sqrt{f_2} - \sqrt{f_1})^2} \quad (18-6)$$

Đầu cọng hoặc đầu trừ tùy theo vị trí điểm thấp nhất của đường cong dây. Dạng đường cong của dây có thể có 3 trường hợp xảy ra:

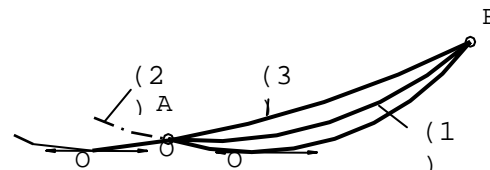
(1) Nếu điểm thấp nhất của dây trùng với một trong hai điểm A hoặc B, thì $f_1=0$ hoặc $f_2=0$.

Trên hình vẽ 18.3 đường cong (1) ứng với điểm thấp nhất tại A (trùng với điểm A).

(2) Nếu điểm thấp nhất nằm trong đoạn AB, thì ta lấy dấu cọng trong thức (18-6). Đường cong (2) có điểm thấp nhất O trong AB và ở công thức (18-6) ta sử dụng dấu +.

(3) Nếu điểm thấp nhất của đường cong dây nằm ngoài điểm B hoặc A thì lấy dấu - (xem hình 18.3). Đường cong (3) có điểm thấp nhất O ngoài đoạn AB.

Ngược lại nếu biết được H mà phải tìm



Hình 18.3: Vị trí đường cong

f_1, f_2 thì chúng ta thay H vào (18-3), (18-4).

Ta có :

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{ql}{3H} + \frac{Hh^2}{2q \cdot l^2} - \frac{h}{2} \\ f_2 &= \frac{ql^2}{3H} + \frac{Hh^2}{1 \cdot q \cdot l^2} + \frac{h}{2} \end{aligned} \right\} \quad (18-7)$$

- Chúng ta xét trường hợp đặt biệt tại gôi treo A và B ngang mức nhau, tức là: $f_1=f_2=f$; $a=b=\frac{l}{2}$; $h=f_1=f_2=0$. Ta thấy rằng, lúc này điểm thấp nhất của đường cong dây ở giữa AB, nên tính được:

$$H = \frac{al^2}{8f} \quad (18-8)$$

Từ (18-8), ta có thể tính ngược lại múi tên f: $f = \frac{al^2}{8H}$ (18-9)

Và :

$$T_{\max} = H \sqrt{1 + \left(\frac{ql}{2H}\right)^2} = H \sqrt{1 + \frac{16f^2}{l^2}}$$

$$T_{\max} = \frac{ql^2}{8f} \sqrt{1 + \frac{16f^2}{l^2}} \quad (18-10)$$

18.4. TÍNH CHIỀU DÀI CỦA DÂY (trường hợp lúc gôi tựa ngang nhau).

Nếu gọi chiều dài của dây là S, thì ds là một đoạn dây vô cùng bé có liên hệ với dx là hình chiếu của ds trên trục x sẽ là:

$$ds = \frac{dx}{\cos \alpha} \quad \text{và} \quad s = \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{dx}{\cos \alpha}$$

Hay:

$$S = \int_{-l/2}^{+l/2} \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha} dx = 2 \int_0^{l/2} \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha} dx$$

Mà

$$\text{tg} \alpha = y' = \frac{qx}{H} = \frac{8f}{l^2} x$$

Nên cuối cùng ta được:

$$S = 2 \int_0^{l/2} \sqrt{1 + \frac{64f^2 x^2}{l^4}} dx \quad (a)$$

Khai triển (a) thành chuỗi:

$$\int_0^{l/2} \sqrt{1 + \frac{64f^2 x^2}{l^4}} = 1 + \frac{1}{2} \left(64 \frac{f^2 x^2}{l^4} \right) = 1 + \frac{32f^2 x^2}{l^4}$$

Độ dài của dây được tính như sau:

$$S = 2 \int_0^{l/2} \left(1 + \frac{32f^2 x^2}{l^4} \right) dx = 1 + 64 \frac{f^2}{l^4} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^{l/2}$$

Vậy:
$$S = l \left(1 + \frac{8 f^2}{3 l^2} \right) \quad (18-11)$$

Điều kiện bền của dây: vì dây chịu kéo, nên tính toán như các thanh chịu kéo.
Gọi F là diện tích của mặt cắt ngang dây thì:

$$\sigma = \frac{T_{\max}}{F} \leq [\sigma]$$

Nếu độ dốc nhỏ thì ta lấy $T_{\max} \approx H$

18.5. ẢNH HƯỞNG CỦA NHIỆT ĐỘ VÀ TẢI TRỌNG THAY ĐỔI ĐỐI VỚI DÂY MỀM.

a) Tính biến dạng thêm gây ra do riêng nhiệt độ thay đổi là:

$$\Delta S_1 = \alpha(t_2 - t_1)S \quad (a)$$

b) Tính biến dạng riêng do sự thay đổi tải trọng:

$$\Delta S_2 = \frac{H_2 - H_1}{EF} \times S \quad (b)$$

Trong đó: H_2 -Lực căng ngang sau khi thay đổi tải trọng; H_1 -Lực căng ngang trước khi thay đổi tải trọng; E- Mô đun đàn hồi. Công thức này là công thức tính biến dạng dài trong kéo đúng tâm.

Nếu gọi S_2 là chiều dài của dây sau khi có sự thay đổi nhiệt độ và thay đổi tải trọng; S_1 là chiều dài của dây trước khi thêm tải trọng và nhiệt độ, thì ta có:

$$S_2 = S_1 + \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$S_2 = l \left(1 + \frac{8 f_1^2}{3 l^2} \right) + \alpha(t_2 - t_1)l + \frac{H_2 - H_1}{EF} \cdot l = l \left(1 + \frac{8 f_2^2}{3 l^2} \right)$$

Trong đó: f_2 - là mũi tên của dây sau khi tăng tải trọng và tăng nhiệt độ từ t_1 lên t_2 ; f_1 là mũi tên của dây trước khi tăng nhiệt độ và tăng tải trọng.

Ta dễ dàng có :

$$f_1 = \frac{q_1 l^2}{8H_1} ; \quad f_2 = \frac{q_2 l^2}{8H_2}$$

Trong đó: q_1 là tải trọng ban đầu; q_2 là tải trọng sau khi được tăng.

Thay các giá trị vào biểu thức S_2 , sau khi biến đổi ta có phương trình bậc 3:

$$H_2^3 + \left[\frac{EFq_1 l^2}{24H_1^2} + EF\alpha(t_2 - t_1) - H_1 \right] \cdot H_2^2 - \frac{EFq_2^2 l^2}{24} = 0 \quad (18-12)$$

Phương trình (18-12) xem H_2 là ẩn số phải tìm, còn F, E, q_1 , q_2 , H_1 , t_1 , t_2 là những đại lượng đã biết.

Giải (18-12) ta tìm được H_2 , trên cơ sở đó có thể tính được f_2 .

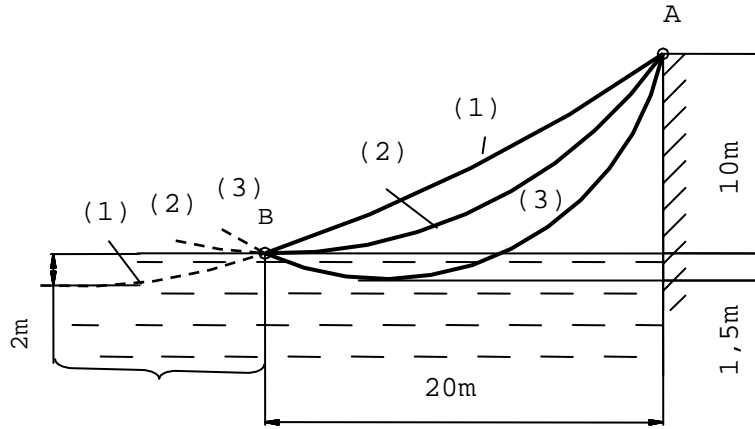
Chú ý : - Nếu chỉ có tải trọng thay đổi, thì cho $\Delta S_2 \neq 0$, còn $\Delta S_1 = 0$.

- Nếu tải trọng không đổi mà nhiệt độ thay đổi thì $q_2 = q_1 = q$.

- Kết quả của (18-12) cũng dùng được khi nhiệt độ giảm.

Ví dụ 1: Một dây neo tàu có trọng lượng riêng $q = 30 \text{ kN/m}$. Tnh lực căng nằm ngang của dây theo 3 trường hợp:

- Điểm thấp nhất bên trái điểm B.
- Điểm thấp nhất trùng với điểm B.
- Điểm thấp nhất ở phía bên phải điểm B.



Hình 18.4: Sơ đồ tính lực căng của dây nằm ngang

Bài giải :

1. Trường hợp (1): $f_1=2\text{m}$; $f_2=12\text{m}$.

$$\text{Theo (18-6) thì : } H = \frac{ql^2}{2(\sqrt{f_1} - \sqrt{f_2})^2} = \frac{30 \cdot 20^2}{2(\sqrt{12} - \sqrt{2})^2} = 1427\text{kN}$$

2/ Trường hợp (2): Điểm thấp nhất trùng với điểm B.

$$f_1=0 \text{ ; } f_2=12\text{m.}$$

$$\text{Vậy } H = \frac{ql^2}{2(\sqrt{f_2})^2} = \frac{ql^2}{2f_2} = \frac{30 \cdot 20^2}{2 \times 12} = 500\text{kN}$$

3/ Trường hợp (3): Điểm thấp nhất ở phía bên phải điểm B:

$$f_1=1,5\text{m} \text{ ; } f_2=11,5\text{m}$$

$$H = \frac{ql^2}{2(\sqrt{f_1} - \sqrt{f_2})^2} = \frac{30 \cdot 20^2}{2(\sqrt{1,5} - \sqrt{11,5})^2} = 280\text{kN}$$

Ví dụ 2: Một dây đồng có diện tích mặt cắt ngang $F=80\text{mm}^2$ đặt trên hai gối tựa cùng độ cao, nhịp của nó là $l=120\text{m}$, mũi tên võng $f=6\text{m}$.

Tính độ tăng ứng suất trong dây khi nhiệt độ giảm 15°C , biết trọng lượng phân bố đều theo chiều dài của dây là $q = 8,62 \text{ N/m}$; hệ số giãn nhiệt $\alpha = 167 \cdot 10^{-7} \text{ 1/độ}$. Mô đun đàn hồi của vật liệu $E = 2 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$.

Bài giải:

Khi nhiệt độ chưa tăng, lực căng ngang sẽ là:

$$H_1 = \frac{ql^2}{8f} = \frac{8,62 \times 120^2}{8 \times 6} = 2586\text{N} = 2,586\text{kN}$$

Ta xác định H_2 từ phương trình (16-12)

$$H_2^3 + \left[\frac{EFql^2}{24H_1} + EF\alpha(t_2 - t_1) - H_1 \right] \cdot H_2^2 - \frac{EFq_2^2 l^2}{24} = 0$$

Thay các giá trị bằng số đã cho vào phương trình trên và rút gọn , ta được :

$$H_2^3 + 57,4H_2^2 - 428 = 0$$

Giải phương trình này ta được lực căng ngang:

$$H_2=2668\text{N}=2,668\text{kN}$$

Độ tăng ứng suất ở mặt cắt thấp nhất là :

$$\Delta\sigma = \frac{H_2 - H_1}{F} = \frac{2,668 - 2,586}{0,8} = 0,102\text{ kN/cm}^2$$

CÂU HỎI TỰ HỌC.

- 18.1. Những ưu, khuyết điểm của dây mềm. Các kết quả tính toán dây mềm có độc lập nhau không?
- 18.2. Viết phương trình đường dây mềm khi chịu tải trọng phân bố đều.
- 18.3. Công thức xác định lực căng ngang H và lực căng lớn nhất T_{\max} . Tính độ bền.
- 18.4. Các trường hợp có thể xảy ra với kết cấu dây mềm. Cách xác định các đại lượng từng trường hợp.
- 18.5. Sự thay đổi lực căng ngang khi thay đổi nhiệt độ và tải trọng.

- - -*****- - -