

Chương 19

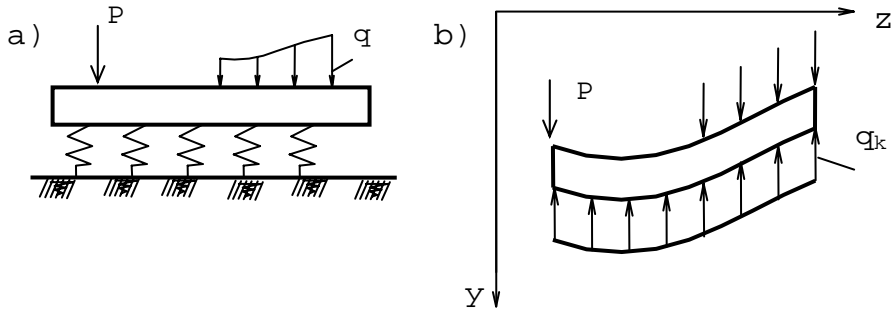
DÀM TRÊN NỀN ĐÀN HỒI

19.1. KHÁI NIỆM CHUNG.

Lâu nay những bài toán chúng ta nghiên cứu thường là loại dầm đặt trên các gối cứng. Trong thực tế nhất là các ngành cầu đường, xây dựng còn gặp loại kết cấu là các dầm đặt trên một môi trường hoặc một vật thể đàn hồi khác. Ví dụ như các tà vẹt đặt trên nền đất đá (xem là đàn hồi) chẳng hạn; dầm móng đặt trên nền đất, phà chuyển tải nằm trên mặt nước. Các bài toán này thuộc dạng các bài toán siêu tĩnh đặc biệt, việc xác định nội lực, độ võng,... của dầm phụ thuộc vào quan niệm và mô hình, quan điểm này dẫn tới việc giả định các phản lực tác dụng lên dầm và trên cơ sở đó mới xác định được nội lực, chuyển vị của dầm.

Trong chương này chúng ta chỉ nghiên cứu một phần nhỏ về tính toán những loại kết cấu như vậy. Ở đây chúng ta không đi sâu phân tích các mô hình mà chỉ giới thiệu mô hình của Winkler, là một mô hình đơn giản nhưng khá phù hợp với các bài toán kỹ thuật.

Mô hình này quan niệm nền là một hệ vô số các lò xo (các lò xo này không liên kết với nhau). Ví dụ xét một dầm thẳng đặt trên một nền đàn hồi nào đó và mô hình hoá như hình 19.1.



Hình 19.1: a- Một dầm đặt trên nền đàn hồi; b- Mô hình hoá

1-Nếu ta cho các ngoại lực tác dụng lên dầm thì các lò xo sẽ xuất hiện những phản lực, những phản lực này tỷ lệ với độ võng của dầm. Như vậy nếu khoảng cách giữa các lò xo rất nhỏ, có thể xem một cách hợp lý các phản lực ấy là những phản lực phân bố, mà cường độ của nó là q_k tỷ lệ với độ võng y của dầm:

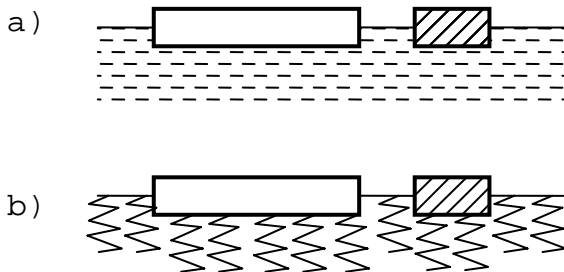
$$q_k = -\chi y \tag{19-1}$$

Trong đó: χ là hệ số tỷ lệ, phụ thuộc vào độ cứng của lò xo, mật độ của lò xo. Dấu trừ (-) ở đây thể hiện phản lực này ngược chiều với độ võng y .

Lập luận tương tự như vậy cho những hệ thống tương tự, có thể xem những gối đỡ lò xo như một môi trường liên tục đàn hồi. Môi trường liên tục đàn hồi này có tính chất: khi đặt một dầm chịu tác dụng của ngoại lực lên nó, thì ở mỗi điểm trong phạm vi đặt dầm xuất hiện những phản lực tuân theo phương trình (19-1).

Dầm đặt lên loại môi trường biến dạng liên tục như vậy gọi là dầm trên nền đàn hồi. Hệ số χ gọi là hệ số đàn hồi hay là hệ số nền.

Trong kỹ thuật sơ đồ tính toán đó được sử dụng rộng rãi. Biểu thức



147 Hình 19.2: a-Dầm có mặt cắt chữ nhật đặt trên mặt nước; b- Mô hình hoá

(19-1) không phải luôn luôn đúng, nó được xem là một biểu thức gần đúng và độ chính xác phụ thuộc vào từng bài toán cụ thể. Nếu tuân theo điều kiện như ở hình 19.1 đã trình bày, thì biểu thức (19-1) xem hoàn toàn đúng.

2/ Đối với dầm đặt trên mặt nước, dầm có mặt cắt ngang chữ nhật (xem hình 19.2). Trong trường hợp này phản lực của nước tác dụng lên mỗi mặt cắt của dầm tỷ lệ với độ sâu của dầm chìm trong nước.

19.2. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CỦA ĐỘ VỒNG DẦM

Phương trình vi phân của độ võng dầm trên nền đàn hồi được thiết lập từ mối liên hệ giữa độ võng, góc xoay, các đạo hàm của nó với các giá trị nội lực và ngoại lực có trên những mặt cắt của dầm.

Ta rất quen thuộc các biểu thức sau đây:

$$\left. \begin{aligned} \theta &= y' \\ M &= EJ_x \cdot y'' \\ Q &= EJ_x \cdot y''' \\ q &= EJ_x \cdot y^{IV} \end{aligned} \right\} \quad (19-2)$$

Trong đó: y là độ võng; θ là góc xoay; M là giá trị mô men; Q giá trị lực cắt; q giá trị lực phân bố tại mặt cắt có độ võng y ; E là mô đun đàn hồi của vật liệu dầm; J_x là mô men quán tính của mặt cắt ngang lấy đối với trục x .

Trong trường hợp dầm trên nền đàn hồi người ta phải xem tải trọng phân bố không chỉ là lực phân bố ngoại lực, mà giá trị lực phân bố là tổng đại số của lực phân bố ngoại lực q và phản lực q_k , ký hiệu là q_A . Chúng có mối liên hệ như sau:

$$q_A = q - q_k = -EJ_x y^{IV} \quad (19-3)$$

Từ (19-3) ta suy ra:

$$q = -EJ_x y^{IV} + q_k = -EJ_x y^{IV} - \chi y \quad (19-4)$$

Vì $q_k = \chi y$

Ta đặt: $\frac{\chi}{EJ_x} = 4k^4$

Lúc đó phương trình (19-4) sẽ là một phương trình vi phân thuần nhất có vế phải:

$$y^{IV} + 4k^4 y = -\frac{q}{EJ_x} \quad (19-5)$$

Nếu lực phân bố ngoại lực không có thì vế phải của (19-5) là bằng không. Điều đó có nghĩa trên dầm khi chỉ chịu tác dụng của các lực tập trung và mô men tập trung. Và lúc đó phương trình (19-5) sẽ có dạng:

$$y^{IV} + 4k^4 y = 0 \quad (19-6)$$

Đây là phương trình vi phân bậc 4 thuần nhất.

Lời giải của phương trình (19-6) có thể viết ở nhiều dạng khác nhau.

Ví dụ:

$$y = e^{kz}(C_1 \sin kz + C_2 \cos kz) + e^{-kz}(C_3 \sin kz + C_4 \cos kz) \quad (19-7)$$

Trong nhiều trường hợp người ta sử dụng nghiệm (19-7) ở dạng khác:

$$y = C_1 \sin kz \cdot \text{Sh}kz + C_2 \sin kz \cdot \text{ch}kz + C_3 \cos kz \cdot \text{Sh}kz + C_4 \cos kz \cdot \text{ch}kz \quad (19-8)$$

Các hằng số C_1, C_2, C_3, C_4 được xác định theo điều kiện biên.

Trong (19-8) các $\text{Sh}kz$ và $\text{ch}kz$ là các sin Hypecbol và cosin Hypecbol.

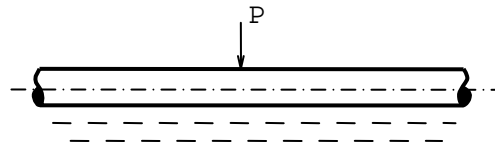
Nghiệm của các phương trình (19-5) ta đã biết sẽ là $y = \bar{y} + y^*$, trong đó \bar{y} là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân không có vế phải như các nghiệm của (19-6); y^* là nghiệm riêng nào đó của phương trình vi phân có vế phải. Chẳng hạn khi tải trọng là bậc nhất $q = az + b$, thì nghiệm riêng $y^* = \frac{az + b}{4kJ} = \frac{q}{\chi}$.

Khi đã xác định được y thì ta có thể tìm các đạo hàm của nó. Và nhờ mối liên hệ (19-2) chúng ta tìm lại M, Q . Khi nội lực đã xác định thì việc tính toán độ bền trở thành bình thường.

Dưới đây ta xét một số trường hợp cụ thể.

19.3. DÂY DÀI VÔ HẠN

Chúng ta xét trường hợp xem chiều dài của dây là dài vô hạn, chịu lực tập trung P như trên hình 19.3. Vì dây dài vô hạn cho nên ta có thể xem P được đặt ở giữa dây và chỉ cần nghiên cứu ở nửa dây $z \geq 0$ và phần bên kia là đối xứng qua.



Hình 19.3: Dây dài vô hạn chịu tác dụng lực tập trung

Vì không có lực phân bố nên ta sử dụng nghiệm (19-7) - là nghiệm của phương trình (19-6).

$$y = e^{kz}(C_1 \sin kz + C_2 \cos kz) + e^{-kz}(C_3 \sin kz + C_4 \cos kz) \quad (19-9)$$

Ở điểm xa lực P , tức là z rất lớn thì có thể xem độ võng sẽ bằng không.

Ứng với điều này thì C_1 và C_2 sẽ bằng 0 (vì số hạng đầu e^{kz} khi z càng lớn thì nó càng lớn để $y=0$ thì chỉ có $C_1=C_2=0$), còn số hạng 2 thì thỏa mãn điều kiện đó khi $z \rightarrow$ rất lớn, vậy nghiệm (19-9) còn lại:

$$y = e^{-kz}(C_3 \sin kz + C_4 \cos kz) \quad (19-10a)$$

$$\theta = y' = -ke^{-kz}[(C_4 - C_3)\cos kz + (C_3 + C_4)\sin kz] \quad (19-10b)$$

$$M = -EJ_x y'' = -2k^2 e^{-kz}(C_4 \sin kz - C_3 \cos kz) \cdot EJ_x \quad (19-10c)$$

$$Q = -EJ_x y''' = -2k^3 e^{-kz}[(C_3 + C_4)\cos kz + (C_3 - C_4)\sin kz] \cdot EJ_x \quad (19-10d)$$

Là bài toán đối xứng, độ võng là hàm liên tục đối xứng qua trục y nên tiết diện tại P (điểm đối xứng) thì đạo hàm bậc nhất của nó phải triệt tiêu:

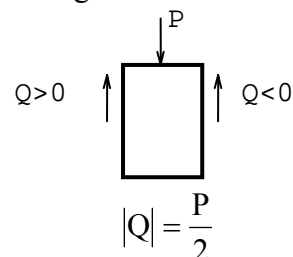
$$y'(0) = \theta(0) = 0 \quad (19-10e)$$

Lực cắt là hàm phản đối xứng và có bước nhảy tại gốc tọa độ, tức là tại lực tập trung $P(z=0)$, lực cắt ở hai bên trái phải của P có giá trị bằng nhau phải là $P/2$ và ngược dấu nhau, tức là:

$$Q_{(z=0)} = \frac{P}{2} \quad (19-10f), \text{ (xem hình 19.4)}$$

Căn cứ vào các biểu thức (19-10b,d,e,f) ta có được hệ phương trình:

$$\left. \begin{aligned} C_3 - C_4 &= 0 \\ C_3 + C_4 &= \frac{P}{4k^3 EJ_x} \end{aligned} \right\}$$



Giải hệ phương trình này, ta tìm được:

$$C_3 = C_4 = \frac{P}{8k^3 EJ_x} = \frac{kP}{2\chi}$$

Thay các hằng số này vào (19.10 a,b,c,d), ta xác định độ võng, góc xoay, mô men và lực cắt nội lực. Và biến đổi cuối cùng có dạng sau đây:

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{kP}{2\chi} \eta_0(kz) \\ \theta &= -\frac{k^2 P}{\chi} \eta_3(kz) \\ M &= \frac{P}{2k} \eta_1(kz) \\ Q &= -\frac{P}{2} \eta_2(kz) \end{aligned} \right\} \quad (19-11)$$

Trong đó các hàm:

$$\left. \begin{aligned} \eta_0(kz) &= e^{-kz} (\cos kz + \sin kz) \\ \eta_1(kz) &= e^{-kz} (\cos kz - \sin kz) \\ \eta_2(kz) &= e^{-kz} \cos kz \\ \eta_3(kz) &= e^{-kz} \sin kz \end{aligned} \right\} \quad (19-12)$$

Các trị số này tìm được ở bảng 19-2. Căn cứ vào các biểu thức (19-10) ta vẽ được các biểu đồ độ võng, góc xoay, mô men M và lực cắt Q nội lực trên dầm (hình 19.5).

- Các biểu đồ đều có dạng tuần hoàn và tắt dần theo chiều z, chu kỳ của nó khi $z = \frac{2\pi}{k}$.

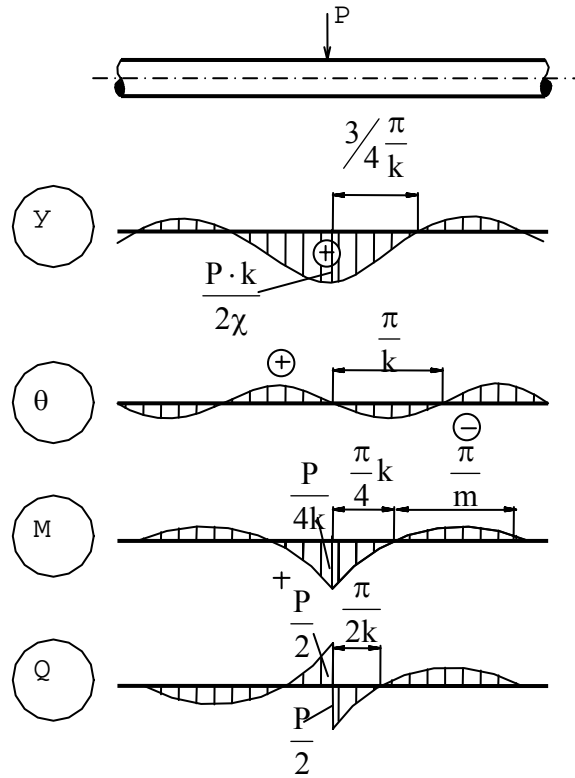
- Nếu độ võng lớn nhất tại điểm lực P tác dụng là $y_{\max} = \frac{kP}{2\chi}$, thì sau một chu kỳ

$z = \frac{2\pi}{k}$ độ võng sẽ là: $y = \frac{kP}{2\chi} \times \eta_0(2\pi) = \frac{kP}{2\chi} \cdot 0,00187$, nghĩa là ở toạ độ $z = \frac{2\pi}{k}$ độ võng chỉ còn lại gần 2% độ võng ở nơi P tác dụng.

- Như vậy một dầm chịu lực tập trung P ở điểm giữa có thể xem là dài vô hạn khi độ dài của dầm $l = 2z = 2 \cdot \frac{2\pi}{k}$.

- Và cũng như vậy khi chiều dài $l < \frac{4\pi}{k}$ thì coi như dầm dài hữu hạn.

Chú ý: Với dầm có nhiều lực tập trung tác dụng lên dầm, thì ta vẫn sử dụng kết quả của (19-11) đối với mỗi lực tập trung và sau đó áp dụng nguyên lý cộng tác dụng để tìm giá trị độ võng, góc xoay, mô men và lực cắt cho dầm.



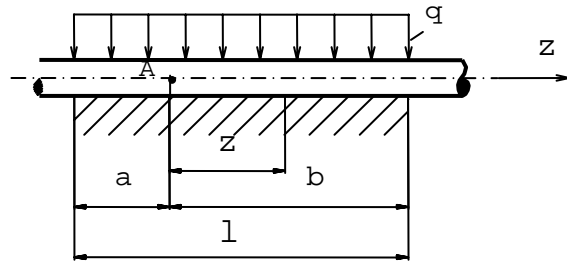
Hình 19.5: Biểu

đồ lực

19.4. DẦM DÀI VÔ HẠN CHỊU TẢI TRỌNG PHÂN BỐ ĐỀU.

Trên hình 19.6 giới thiệu một dầm dài vô hạn chịu tải trọng phân bố đều q trên một chiều dài l .

Chúng ta hãy xét độ võng tại điểm A nào đó (xem hình 19.6). Sử dụng điều chú ý ở trên, ta xem độ võng tại A là bằng tổng độ võng do các tải trọng phân bố qdz và độ võng đó có thể tính như sau :



Hình 19.6: Dầm dài vô hạn chịu tải trọng phân bố đều

$$y = \int_0^a \frac{qdz}{2\chi} \cdot k\eta_0(kz) + \int_0^b \frac{qdz}{2\chi} k\eta_0(kz)$$

$$= \int_0^a \frac{q \cdot k}{2\chi} e^{-kz} (\cos kz + \sin kz) dz + \int_0^b \frac{qk}{2\chi} e^{-kz} (\cos kz + \sin kz) dz$$

Sau khi tích phân ta có kết quả:

$$y = \frac{q}{2\chi} [2 - e^{-ka} \cos ka - e^{-kb} \cos kb] \quad (19-13)$$

- Khi các khoảng cách a và b tương đối lớn, các số hạng e^{-ka} và e^{-kb} sẽ rất nhỏ và có thể xem các số hạng đó bằng 0. Và $y = \frac{q}{\chi}$, nghĩa là độ võng ở xa miền đặt lực sẽ không đổi.

Dưới đây chúng ta sẽ đưa ra kết quả về tính toán ở hai trường hợp cụ thể để tiện sử dụng mà không phải chứng minh.

19.4.1. Điểm nghiên cứu trong phạm vi tác dụng của tải trọng.

$$y = \frac{q}{2\chi} [2 - \eta_2(kb) - \eta_2(ka)]$$

$$\theta = \frac{kq}{2\chi} [\eta_0(kb) - \eta_0(ka)]$$

$$M = \frac{q}{2k^2} [\eta_3(kb) - \eta_3(ka)]$$

$$Q = \frac{q}{4k} [\eta_1(kb) - \eta_1(ka)]$$

Trong đó: a, b lần lượt là khoảng cách từ điểm nghiên cứu đến đầu phía phải và đầu phía trái của tải trọng phân bố.

19.4.2. Điểm nghiên cứu ở ngoài phạm vi tác dụng của tải trọng.

$$y = \frac{q}{2\chi} [\eta_2(kb) - \eta_2(ka)]$$

$$\theta = \pm \frac{kq}{2\chi} [\eta_0(kb) - \eta_0(ka)]$$

$$M = \frac{q}{2k^2} [\eta_3(kb) - \eta_3(ka)]$$

$$Q = \pm \frac{q}{4k} [\eta_4(kb) - \eta_1(ka)]$$

Trong đó: a,b lần lượt là khoảng cách từ điểm nghiên cứu đến điểm đầu và điểm cuối miềm tải trọng phân bố (a<b). Trong biểu thức Q và θ trước dấu ngoặc vuông lấy dấu (+) nếu điểm nghiên cứu nằm bên phải tải trọng và lấy dấu (-) nếu điểm nghiên cứu nằm ở bên trái của tải trọng .

19.5. DẦM DÀI VÔ HẠN CHỊU TẢI TRỌNG TẬP TRUNG P_0 và MÔ MEN TẬP TRUNG M_0 .

Chúng ta hãy xét hai tải trọng này tác dụng ở đầu mút của dầm hình 19.7.

Lúc này ta áp dụng nghiệm (19-10a):

$$y = e^{-kz} (C_3 \sin kz + C_4 \cos kz)$$

Điều kiện biên để xác định C_3 và C_4 là tại $z=0$. Ta có: $M=M_0$ và $Q=P_0$.

Thay điều kiện này vào (19-10c) và (19-10d), ta giải được:

$$\left. \begin{aligned} C_3 &= \frac{M_0}{2EJk^2} = \frac{2k^2}{\chi} M_0 \\ C_4 &= \frac{2kP_0}{\chi} - \frac{2k^2}{\chi} M_0 \end{aligned} \right\} (17-14)$$

Thay các hằng số này vào các biểu thức (19-10), ta được y, θ, M và Q .

19.6. DẦM DÀI HỮU HẠN.

Đối với một dầm dài hữu hạn, khi tải trọng phân bố theo quy luật bậc nhất (như đã chỉ ở trên), thì nghiệm của (19-5) sẽ là:

$$y = \frac{q}{\chi} + e^{kz} (C_1 \sin kz + C_2 \cos kz) + e^{-kz} (C_3 \sin kz + C_4 \cos kz) \quad (19-15)$$

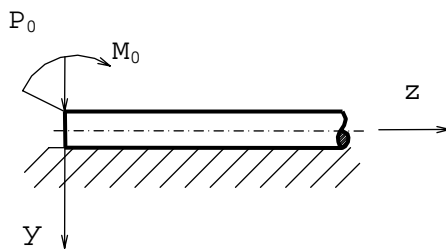
Trên thực tế việc sử dụng biểu thức (19-15) này khá phức tạp nên thường ta sử dụng theo nghiệm (19-8). Tuy nhiên trong thực hành ta chuyển hoá thành tổ hợp của các nghiệm độc lập mà thường gọi là hàm Krulov được biểu diễn ở một kí hiệu khác:

$$\left\{ \begin{aligned} Y_1(kz) &= \text{chkz} \cdot \cos kz \\ Y_2(kz) &= \frac{1}{2} (\text{chkz} \cdot \sin kz + \text{shkz} \cdot \cos kz) \\ Y_3(kz) &= \frac{1}{2} \text{shkz} \cdot \sin kz \\ Y_4(kz) &= \frac{1}{4} (\text{chkz} \cdot \text{sikz} - \text{shkz} \cdot \cos kz) \end{aligned} \right.$$

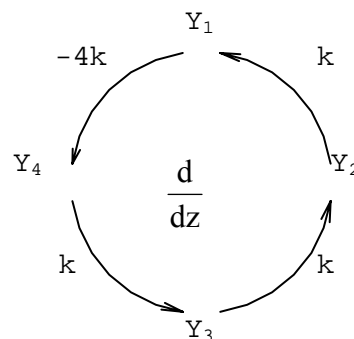
(19-16)

Các hàm Krulov Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 đã lập thành bảng để tra các trị số (xem bảng 19-3). Các hàm này có tính chất sau:

$$1/Y_1(0)=1; Y_2(0)=Y_3(0)=Y_4(0)=0.$$



Hình 19.7: Dầm dài vô hạn chịu tải trọng tập trung P_0 và mô men tập trung M_0



Hình 19.8: Bảng tính $Y_1 \cdot Y_2 \cdot Y_3 \cdot Y_4$

2/ Đạo hàm bậc nhất của hàm là:

$$\frac{dY_1}{dz} = -4kY_4; \quad \frac{dY_2}{dz} = kY_1;$$

$$\frac{dY_3}{dz} = kY_2; \quad \frac{dY_4}{dz} = kY_3$$

Quy tắc đạo hàm bậc nhất này được minh họa theo vòng tròn trên hình 19.8. Cuối cùng ta sẽ có các biểu thức tính các đại lượng cần thiết :

$$y = \frac{q}{\chi} + AY_1 + BY_2 + CY_3 + DY_4$$

$$y' = \frac{q'}{\chi} - 4kAY_4 + kBY_1 + kCY_2 + kDY_3$$

$$M = -EJy'' = EJ \left[\chi AY_3 + \chi BY_4 - \frac{\chi}{4} CY_1 - \frac{\chi}{4} DY_2 \right]$$

$$Q = EJ \left[\chi KAY_2 + \chi KBY_3 - \chi KCY_4 - \frac{\chi}{4} KDY_1 \right]$$

Các hằng số tích phân được xác định từ điều kiện biên của dầm (tại z=0).

Ví dụ: $y(0) = y_0; \theta(0) = \theta_0; M(0) = M_0; Q(0) = P_0; q(0) = q_0$

Trong hình 19.9 biểu diễn một dầm hữu hạn (1 đoạn). Theo các điều kiện này ta có

hệ phương trình: $\frac{q_0}{\chi} + A = y_0; \quad \frac{q'_0}{\chi} + kB = \theta_0; \quad \frac{\chi}{4} \cdot C = M_0; \quad -\frac{k\chi}{4} D = Q_0$

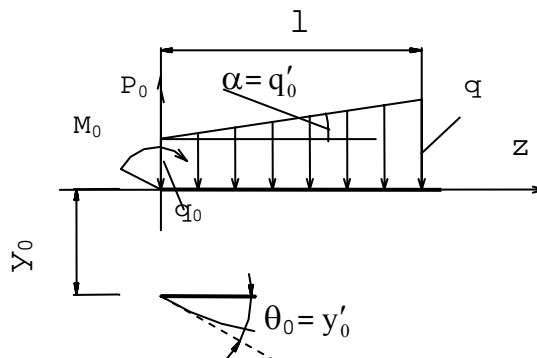
Từ đó ta tìm được các hằng số:

$$A = y_0 - \frac{q_0}{\chi}; \quad B = -\frac{q'_0}{k\chi} + \theta_0; \quad C = -\frac{4M_0}{\chi}; \quad D = -\frac{4Q_0}{k\chi}$$

Trong các giá trị trên thì tải trọng q_0 và q'_0 đã biết và 2 trong 4 giá trị y_0, θ_0, M_0 và Q_0 cũng sẽ biết do đầu bài và còn 2 đại lượng nữa được xác định theo điều kiện biên ở cuối dầm khi $z=1$. Sau khi thay các hằng số A, B, C và D, ta có các nghiệm sau:

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{q}{\chi} + \left(y_0 - \frac{q_0}{\chi} \right) Y_1 + \left(\frac{\theta_0}{\chi} - \frac{q'_0}{k\chi} \right) Y_2 - 4 \frac{M_0}{\chi} Y_3 - 4 \frac{Q_0}{k\chi} Y_4 \\ \theta = \frac{q'}{\chi} - 4k \left(y_0 - \frac{q_0}{\chi} \right) Y_4 + k \left(\frac{\theta_0}{\chi} - \frac{q'_0}{k\chi} \right) Y_1 - 4k \frac{M_0}{\chi} Y_2 - 4 \frac{Q_0}{\chi} Y_3 \\ M = \left[(\chi y_0 - q_0) Y_3 + \left(\theta_0 - \frac{q'_0}{k} \right) Y_4 - M_0 Y_1 + \frac{Q_0}{\chi} Y_2 \right] EJ \\ Q = \left[k(\chi y_0 - q_0) Y_4 + (k\theta_0 - q'_0) Y_3 + 4kM_0 Y_2 + Q_0 Y_1 \right] EJ \end{array} \right. \quad (19-17)$$

Cách diễn đạt này giống như phương pháp thông số ban đầu đã trình bày khi tính độ võng trong chương uốn ngang phẳng. Thật vậy phương trình (19-7) viết cho một đoạn (xem hình 19.9). Chúng ta có



thể mở rộng cho các đoạn tiếp theo, độ võng thứ $i+1$ được viết theo độ võng và mô men ở đoạn thứ i như sau:

$$y_{i+1} = y_i + \left(\Delta y_a - \frac{\Delta q_a}{\chi} \right) Y_1[k(z-a)] + \left(\frac{\Delta \theta_a}{\chi} - \frac{\Delta q'_a}{k\chi} \right) Y_2[k(z-a)] - 4 \frac{\Delta M_a}{\chi} Y_3[k(z-a)] - 4 \frac{\Delta Q_a}{k\chi} Y_4[k(z-a)]$$

$$M_{i+1} = M_i + (\chi \Delta y_a - \Delta q_a) Y_3[k(z-a)] + \left(\Delta \theta_a - \frac{\Delta q'_a}{k} \right) Y_4[k(z-a)] + \Delta M_a Y_1[k(z-a)] + \frac{\Delta Q_a}{\chi} Y_2[k(z-a)]$$

Trong đó: a -Toạ độ ở ranh giới của đoạn i và đoạn $i+1$.

$\Delta Y_a, \Delta \theta_a$ -Bước nhảy của độ võng và góc xoay tại $z=a$.

$\Delta q_a, \Delta q'_a$ - Bước nhảy của cường độ và đạo hàm của lực phân bố tại $z=a$ (xem q hướng xuống là dương)

$\Delta M_a=M_a$ -Mô men tập trung tại $z=a$.

$\Delta Q_a=P_a$ - Lực tập trung đặt tại $z=a$. chiều dương của M_a và P_a như trên hình 19.9.

Chú ý: Các đại lượng này có thể tồn tại cả và cũng có thể có một số đại lượng nào đó vắng mặt, ta xem các giá trị này bằng không.

Bảng 19.1: Giá trị hệ số nền χ

Loại nền	Hệ số χ ($\frac{MN}{m^2}$)
Đất chặt	50÷100
Đất rất chặt	100÷200
Nền đá rất rắn	1000÷1500
Nền cọc	50÷150
Gạch, đá xây	4000÷6000
Bê tông	8000÷15000

CÂU HỎI ÔN TẬP:

- 19.1. Biểu thức của Winkler. Hệ số nền và ý nghĩa vật lý cũng như thứ nguyên của nó.
- 19.2. Viết phương trình vi phân của độ võng dầm trên nền đàn hồi. Cho biết các nghiệm của nó ứng với $q=0$ và q là hàm số bậc nhất.
- 19.3. Vẽ biểu đồ của dầm vô hạn chịu lực tập trung P . Khi nào thì có thể xem dầm là vô hạn.
- 19.4. Cách tính một dầm đàn hồi chịu nhiều lực khác nhau.
- 19.5. Viết và giải thích dạng nghiệm của bài toán dầm dài hữu hạn đặt trên nền đàn hồi.



Bảng 19.2 : BẢNG GIÁ TRỊ CỦA HÀM η_i
(để tính dầm dài vô hạn trên nền đàn hồi)

az	η_0	η_1	η_2	η_3
0,0	1,0000	1,000	1,0000	0,0000
0,1	0,9907	0,8100	0,9003	0,0903
0,2	0,9651	0,6398	0,8024	0,1627
0,3	0,9267	0,4888	0,7077	0,2188 9
0,4	0,8785	0,3564	0,6174	0,2610
0,5	0,8231	0,2415	0,5423	0,2908
0,6	0,7628	0,1431	0,4530	0,3099
0,7	0,6997	0,0599	0,3708	0,3199
$\pi/4$	0,6448	0,0000	0,3224	0,3224
0,8	0,6354	-0,0093	0,3131	0,3223
0,9	0,5712	-0,0657	0,2527	0,3185
1,0	0,5083	-0,1108	0,1988	0,3096
1,1	0,4476	-0,1457	0,1510	0,2967
1,2	0,3899	-0,1716	0,1091	0,2087
1,3	0,3355	-0,1897	0,0729	0,2626
1,4	0,2849	-0,2011	0,0419	0,2430
1,5	0,2384	-0,2068	0,0158	0,2226
$\pi/2$	0,2079	-0,2079	0,0000	0,2079
1,6	0,1959	-0,2077	-0,0059	0,2018
1,7	0,1576	-0,2047	-0,0235	0,1812
1,8	0,1234	-0,1985	-0,0376	0,1610
1,9	0,0932	-0,1899	-0,0484	0,1415
2,0	0,0667	-0,1794	-0,0563	0,1231
2,1	0,0439	-0,1675	-0,0618	0,1057
2,2	0,0244	-0,1548	-0,0652	0,0896
2,3	0,0080	-0,1416	-0,0668	0,0748
$3\pi/4$	0,0000	-0,1345	-0,0670	0,0670
2,4	-0,0056	-0,1282	-0,0669	0,0613
2,5	-0,0166	-0,1149	-0,0658	0,0491
2,6	-0,0254	-0,1019	-0,0636	0,0383
2,7	-0,0320	-0,0895	-0,0608	0,0287
2,8	-0,0369	-0,0777	-0,0573	0,0204
2,9	-0,0403	-0,0666	-0,0534	0,0132

3,0	-0,04226	-0,05632	-0,04929	0,00703
3,1	-0,04314	-0,04688	-0,04501	0,00187
π	-0,04321	-0,04321	-0,04321	0,0000
$5\pi/4$	-0,02786	0,00000	-0,01393	-0,01393
$6\pi/4$	-0,00898	0,00898	0,0000	-0,00898
$7\pi/4$	0,00000	0,00579	0,00290	-0,00290
$8\pi/4$	0,00187	0,00187	0,00187	0,0000

Bảng 19.3. BẢNG GIÁ TRỊ CÁC HÀM KRULOV Y_i
(để tính đầm dài hữu hạn trên nền đàn hồi)

az	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
0,0	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,1	1,0000	0,1000	0,0050	0,00015
0,2	0,9997	0,2000	0,0200	0,00135
0,3	0,9987	0,2999	0,0450	0,0045
0,4	0,9957	0,39965	0,0800	0,0107
0,5	0,9895	0,49895	0,1248	0,0208
0,6	0,9784	0,59745	0,17975	0,0360
0,7	0,9600	0,6944	0,24435	0,0571
0,8	0,9318	0,7891	0,31855	0,08515
0,9	0,8931	0,88035	0,40205	0,1211
1,0	0,8337	0,96675	0,49445	0,1657
1,1	0,7568	1,04645	0,59515	0,2203
1,2	0,6561	1,1173	0,70345	0,28515
1,3	0,5272	1,1767	0,81825	0,3612
1,4	0,3556	1,22165	0,9383	0,4490
1,5	0,1664	1,24855	1,06195	0,5490
1,6	-0,0753	1,2535	1,18725	0,66145
1,7	-0,3644	1,2319	1,3118	0,7864
1,8	-0,7060	1,17885	1,4326	0,9237
1,9	-1,1049	1,0888	1,54635	1,0727
2,0	-1,5656	0,95575	1,64895	1,2325
2,1	-2,0923	0,7735	1,73585	1,4019
2,2	-2,6882	0,5351	1,8018	1,57905
2,3	-3,3562	0,23345	1,84075	1,7614
2,4	-4,0976	-0,1386	1,8461	1,94605
2,5	-4,9128	-0,5885	1,81405	2,12925
2,6	-5,8003	-1,1236	1,72555	2,3065
2,7	-6,7565	-1,7599	1,58265	2,47245
2,8	-7,7759	-2,4770	1,3721	2,6208
2,9	-8,8471	-3,3079	1,08375	2,7448
3,0	-9,9669	-4,24845	0,70685	2,8346
3,1	-11,1119	-5,30225	0,2303	2,8823
3,2	-12,2656	-6,47105	-0,3574	2,8769
3,3	-13,4048	-7,7549	-1,0678	2,80675
3,4	-14,5008	-9,15065	-1,9121	2,6589
3,5	-15,5198	-10,65245	-2,9014	2,4195
3,6	-16,4218	-12,25075	-4,04585	2,0735
3,7	-17,1622	-13,9315	-5,35435	1,60485

3,8	-17,6875	-15,67605	-6,8343	0,9969
3,9	-17,9387	-17,45985	-8,4909	0,2321
4,0	-17,8498	-19,25235	-10,3265	-0,7073
4,1	-17,3472	-21,0160	-12,3404	-1,8392
4,2	-16,3505	-22,70545	-14,52735	-3,1812
4,3	-14,7722	-24,26685	-16,8773	-4,7501
4,4	-12,5180	-25,63725	-19,37425	-6,5615
4,5	-9,4890	-26,74465	-21,9959	-8,6290
4,6	-5,5791	-27,50565	-24,71165	-10,9638
4,7	-0,6812	-27,8274	-27,4823	-13,5731

BẢNG GIÁ TRỊ CÁC HÀM Y_i (Tiếp)

az	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
4,8	5,3164	-27,60515	-30,2589	-16,4604
4,9	12,5239	-26,72385	-32,9814	-19,6232
5,0	21,0504	-25,05645	-35,57745	-23,0525
5,1	30,9997	-22,46605	-37,96185	-26,7317
5,2	42,4661	-18,8057	-40,0350	-30,6346
5,3	55,5317	-13,9201	-41,68225	-34,72455
5,4	70,2637	-7,6440	-42,77265	-38,9524
5,5	86,7044	0,19005	-43,15925	-43,2557
5,6	104,8687	9,75435	-42,67745	-47,5556
5,7	124,7352	21,2199	-41,14535	-51,75625
5,8	146,2448	34,7564	-38,32395	-55,74285
5,9	169,2837	50,5203	34,1198	-59,38045
6,0	193,6813	68,65775	-28,2116	-62,5106
6,1	219,2004	89,29465	-20,3042	-64,9518
6,2	245,5231	112,5249	-10,2356	-66,3981
6,3	272,2487	138,4120	2,28885	-66,91745
6,4	298,8909	166,9722	17,5862	-65,9486
6,5	324,7861	198,1637	35,77125	-63,31045
6,6	349,2554	131,88005	57,2528	-58,6895
6,7	371,4244	267,9374	82,2255	-51,74295
6,8	390,2974	306,0558	110,9037	-42,11895
6,9	404,7145	347,34985	143,4927	-30,1819
7,0	413,3762	386,80715	180,1191	-13,2842
7,1	414,8263	428,2849	220,87175	6,7296
7,2	407,4216	469,4772	265,76635	31,02805
7,3	389,3783	509,41565	314,72645	60,0189
7,4	358,7306	546,93425	367,56875	94,1019
7,5	313,3700	580,67095	423,9858	133,6506
7,6	251,0334	609,0402	483,5233	179,00345
7,7	169,3472	630,22945	545,5557	230,44115
7,8	65,8475	642,1835	609,25955	288,16805
7,9	-62,0375	642,58715	673,6057	352,3123
8,0	-216,8647	628,8779	737,31005	422,8713
8,1	-401,1674	598,23435	798,81785	499,7008
8,2	-617,4142	547,5808	856,28775	582,49745
8,3	-867,9091	478,5993	907,5542	670,7544
8,4	-1154,6587	372,78655	950,11575	763,7226
8,5	-1479,3701	241,41355	981,0984	860,3917
8,6	-1843,2880	75,6088	997,25265	959,44835
8,7	-2247,0402	-128,58235	994,93765	1059,2289
8,8	-2690,4845	-375,1167	970,1255	1156,18385

8,9	-3172,6917	-667,9794	918,36635	1252,35605
9,0	-3691,4815	-1010,87995	834,8607	1340,3007
9,1	-4243,5551	-1407,3690	714,40845	1418,0930
9,2	-4824,0587	-1860,5365	551,49275	1481,76105
9,3	-5426,5154	-2372,94855	340,3091	1526,7834
9,4	-6042,3167	-2946,2708	74,8875	1548,0229
9,5	-6660,9594	-3581,47555	-250,9985	1539,7669

-----๓๓๘๘๘-----