

Chương 20

TÍNH ĐỘ BỀN KẾT CẤU THEO TRẠNG THÁI GIỚI HẠN

20.1. KHÁI NIỆM VỀ TRẠNG THÁI GIỚI HẠN.

20.1.1. Khái niệm chung. Trong những bài toán mà chúng ta đã nghiên cứu thì việc tính toán độ bền là căn cứ vào ứng suất lớn nhất xuất hiện trong thanh phải nhỏ hơn giá trị ứng suất cho phép $[\sigma]$ mà chúng ta đã xây dựng trước đây.

Ví dụ các bài toán về kéo, nén, uốn và xoắn thuần túy, ta có điều kiện bền là:

$$\left. \begin{aligned} \max|\sigma| \leq [\sigma] &= \frac{\sigma_0}{n} \\ \max|\tau| \leq [\tau] &= \frac{\tau_0}{n} \end{aligned} \right\} \quad (20-1)$$

Trong đó: - σ_0, τ_0 là những giới hạn nguy hiểm (có thể là giới hạn chảy đối với vật liệu dẻo và giới hạn bền đối với vật liệu giòn).

- n là hệ số an toàn.

Nếu thanh làm việc ở trạng thái chịu lực phức tạp thì phải tính giá trị ứng suất tương đương theo một thuyết bền nào đó rồi so sánh với ứng suất cho phép $[\sigma]$. Tính toán như thế được gọi là tính toán độ bền theo ứng suất cho phép (USCP). Hệ số an toàn trong (20-1) biểu thị mức độ dự trữ về khả năng chịu lực của vật liệu, dĩ nhiên có đề ý đến những nhân tố ảnh hưởng đến độ bền như đã nêu ở chương kéo, nén đúng tâm (trừ bài toán uốn ngang đồng thời với uốn dọc mà ta đã phân tích ở trên), nên hệ số an toàn cũng biểu thị mức dự trữ và khả năng chịu lực của kết cấu. Vậy n là hệ số an toàn chung cho ứng suất và tải trọng bên ngoài trong những bài toán đã nghiên cứu.

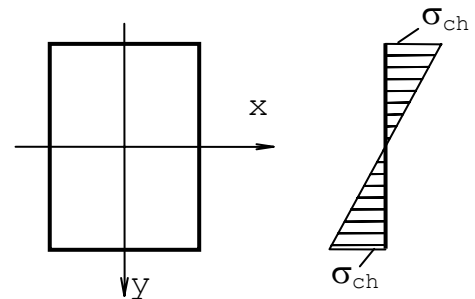
Chúng ta chú ý một điều: với cách tính độ bền bằng ứng suất cho phép thì chỉ cần một điểm, một số điểm hoặc một mặt cắt nào đó mà ứng suất của nó đạt đến giới hạn nguy hiểm σ_0 thì coi như kết cấu đã nguy hiểm và không còn sử dụng được nữa. Cách tính theo phương pháp USCP như vậy là đặt điều kiện vật liệu làm việc trong miền đàn hồi cho nên người ta còn gọi nó là phương pháp tính trong đàn hồi. Thế nhưng trong thực tế những kết cấu làm bằng vật liệu dẻo thì trong nhiều trường hợp tuy tất cả các điểm trên một hoặc một vài mặt cắt ứng suất đạt tới giới hạn chảy, kết cấu vẫn còn khả năng chịu lực thêm, do vậy kết quả tính toán theo USCP ở trên là không phù hợp với nhiều bài toán thực tế và nó không tính hết khả năng chịu lực của kết cấu, không tiết kiệm được vật liệu.

Chúng ta hãy nhìn lại bài toán về uốn chẳng hạn: Theo cách tính độ bền theo phương pháp USCP thì ta coi dầm sẽ ở trong trạng thái nguy hiểm khi các ứng suất ở các mép trên hoặc dưới của mặt cắt đạt đến giới hạn chảy (xem hình 20.1) trong khi đó các điểm khác gần trục trung hoà ứng suất còn rất thấp và ở nhiều trường hợp dầm vẫn còn khả năng chịu lực thêm mà không bị phá hủy.

Với cách nhìn nhận như vậy, song song với phương pháp USCP người ta đưa ra phương pháp tính theo trạng thái giới hạn hay tải trọng phá hủy.

20.1.2. Phương pháp tính theo trạng thái giới hạn.

Tính theo trạng thái giới hạn là phân tích sự làm việc của kết cấu cho đến khi phá hủy hoàn toàn hay bị



Hình 20.1: Trạng thái ứng suất nguy hiểm ở mép trên và dưới của mặt cắt

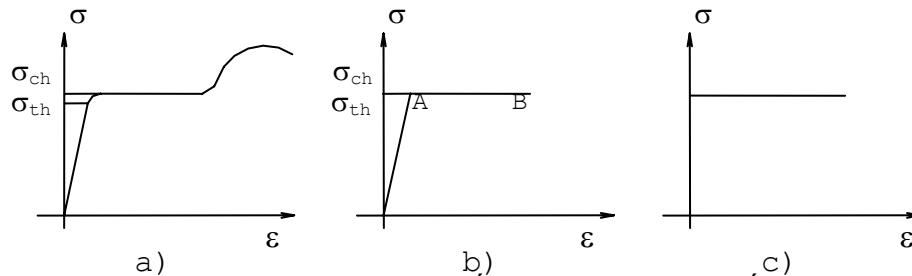
biến hình toàn bộ kết cấu không còn có thể chịu tải được nữa. Rõ ràng với phương pháp này ta tận dụng hết khả năng của vật liệu và dĩ nhiên là rất tiết kiệm. Song việc tính theo phương pháp trạng thái giới hạn (TTGH) đôi khi đưa đến những biến dạng quá lớn (vật liệu làm việc ngoài miền đàn hồi), vượt quá giới hạn cho phép. Do đó trong khi sử dụng phương pháp TTGH người ta chú trọng đặc biệt đến biến dạng. Và đối với những chi tiết máy yêu cầu biến dạng nhỏ thì không dùng phương pháp TTGH được mà phải sử dụng phương pháp USCP như trên. Ngoài ra đối với những bài toán ứng suất thay đổi theo thời gian cũng không dùng phương pháp TTGH này được.

Điều kiện bền theo phương pháp TTGH được đánh giá thông qua sự so sánh hệ số an toàn và hệ số an toàn cho phép:

$$n = \frac{P_{gh}}{P} \geq [n] \quad (20-2)$$

Trong đó: n - Hệ số an toàn; P_{gh} - Giá trị giới hạn lớn nhất mà kết cấu chịu được; P - Tải trọng thực tế tác dụng lên kết cấu; $[n]$ - Hệ số an toàn cho phép, phụ thuộc vào nhiều yếu tố và được xác định trước (thường được cho trong các sổ tay kỹ thuật).

Cơ sở của cách tính theo TTGH là giả thiết về đồ thị quan hệ giữa ứng suất và biến dạng. Căn cứ vào biểu đồ thí nghiệm về kéo vật liệu dẻo (hình 20.2a), từ biểu đồ này người ta coi như lí tưởng hoá từ khi xuất hiện giới hạn chảy thì vật liệu sẽ làm việc ứng với thời kì chảy dẻo dài mà không có thời kì củng cố nữa, đồng thời xem giới hạn chảy và giới hạn tỉ lệ trùng nhau (xem hình 20.2b).



Sự lí tưởng hoá này cũng có cơ sở thực tế vì giai đoạn chảy rất lớn thường gấp 10÷20 lần so với giai đoạn tỉ lệ. Biểu đồ này được gọi là biểu đồ đàn hồi dẻo lí tưởng, thép tương đối phù hợp với biểu đồ này và biểu đồ này là sơ đồ prandt.

Theo sơ đồ này: ở giai đoạn đầu ứng suất nhỏ hơn giới hạn chảy σ_{ch} thì vật liệu làm việc hoàn toàn đàn hồi, quan hệ giữa ứng suất và biến dạng tuân theo định luật Hooke và kết thúc tại điểm A ($\sigma_{ch}, \epsilon_{ch}$). Sau đó thì vật liệu chuyển sang chảy dẻo, ứng suất tăng và giữ là hằng số, đồng thời biến dạng ở nơi nguy hiểm nhất của kết cấu sẽ tăng lên, hiện tượng này sẽ xuất hiện ở một nơi và cứ thế lan dần ra các nơi khác của kết cấu cho đến khi kết cấu bị phá huỷ hoàn toàn hoặc bị biến hình toàn cục. Khi đó ta nói kết cấu đã tới trạng thái giới hạn. Tải trọng ứng với trạng thái giới hạn này của kết cấu được gọi là tải trọng giới hạn và kí hiệu là P_{gh} . Đôi khi người ta bỏ qua cả giai đoạn đàn hồi, tức là xem giai đoạn này quá ngắn so với giai đoạn chảy dẻo. Biểu đồ này là biểu đồ cứng dẻo lí tưởng (xem hình 20.2c). Trong việc tính toán theo TTGH ngoài việc sử dụng biểu thức (20-2) người ta cũng có thể sử dụng cách so sánh khác:

$$P_{max} \leq [P] = \frac{P_{gh}}{n} \quad (20-3)$$

[P]- gọi là tải trọng cho phép.

Thực chất hai biểu thức (20-2) và (20-3) có bản chất giống nhau.

20.2. BÀI TOÁN KÉO NÉN .

20.2.1. Ví dụ 1: Bài toán tĩnh định. Trên h 20.3 biểu diễn một hệ thanh tĩnh định. Hãy xác định ứng suất của các thanh.

Lời giải: Để xác định nội lực trong hai thanh OA và OB, chúng ta chỉ cần tách nút O và dùng hai phương trình hình chiếu (hai phương trình cân bằng tĩnh học thông thường) ta đủ xác định nội lực của chúng. Ứng suất xuất hiện trong các thanh OA, OB sẽ là:

$$\sigma = \frac{P}{2F \cos \alpha} \leq [\sigma] \quad (a)$$

hay

$$P \leq [\sigma] \cdot 2F \cdot \cos \alpha = \frac{\sigma_{ch}}{n} \times 2F \cos \alpha \quad (b)$$

Nếu tính theo TTGH thì ứng suất trong thanh tính bằng biểu thức (a) và hệ bị phá huỷ. Giá trị lực ứng với lúc này là lực giới hạn P_{gh} (xem hình 20.3b).

Lập phương trình ứng với trạng thái này (hình 20.3b), ta được:

$$P_{gh} = 2\sigma_{ch} \cdot F \cdot \cos \alpha \quad (c)$$

Nếu cũng dùng một hệ số an toàn n như nhau thì tải trọng lớn nhất tác dụng lên hệ cũng sẽ là:

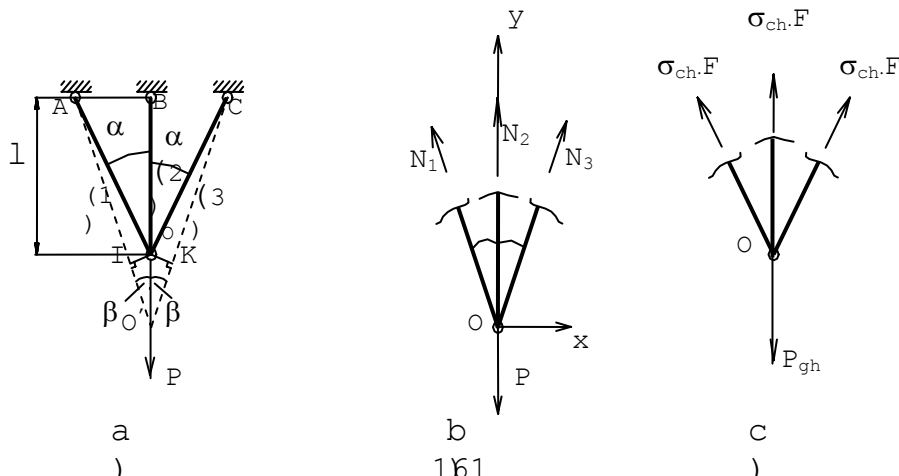
$$P \leq \frac{P_{gh}}{n} = \frac{2\sigma_{ch} \cdot F \cdot \cos \alpha}{n} \quad (d)$$

Kết luận trong bài toán tĩnh định về kéo (nén) đúng tâm thì giá trị lực lớn nhất tính theo phương pháp USCP và phương pháp TTGH sẽ như nhau (biểu thức (b) và (d) như nhau). Điều này cũng dễ hiểu, bởi vì ứng suất trong thanh là hằng số và cùng tiến tới giới hạn chảy cùng lúc.

20.2.2. Hệ siêu tĩnh

Ví dụ 2: Xét một hệ thanh siêu tĩnh gồm 3 thanh nối với nhau (hình 20.4a). Các thanh (1), (2) và (3) có diện tích như nhau là F và mô đun đàn hồi E như nhau. Hãy tính nội lực các thanh.

Lời giải : Trước hết ta phải giải bài toán siêu tĩnh này để tìm giá trị nội lực trong



Hình 20.4: Sơ đồ tính nội lực ở hệ thanh siêu tĩnh

các thanh (1), (2), (3).

Để xác định nội lực trong các thanh đó ta tách nút O ra (xem hình 20.4b). Xét sự cân bằng nút O từ hai phương trình hình chiếu lên trục Ox và Oy, ta có:

$$\sum P_{(x)} = N_3 - N_1 = 0 \quad (a)$$

$$\sum P_{(y)} = N_2 - P + N_1 \cdot \cos \alpha + N_3 \cos \alpha = 0 \quad (b)$$

Hai phương trình (a) và (b) có 3 ẩn số nên ta phải xây dựng một phương trình bổ sung. Ta thấy khi chịu lực tác dụng P thì điểm O sẽ chuyển dời đến điểm O'. Ta hạ từ O xuống O'C và O'A (xem hình 20.4a) và tính được:

$$IO' = KO' \approx OO' \cos \beta \quad (c)$$

(chú ý do biến dạng nhỏ nên $\alpha \approx \beta$)

Về mặt biến dạng, ta có thể tính đoạn IO' sẽ là:

$$IO' = \frac{N_1 \cdot l}{EF \cdot \cos \alpha}; KO' = \frac{N_3 \cdot l}{EF \cdot \cos \alpha}$$

và
$$OO' = \frac{N_2 \cdot l}{EF}$$

Thay các đại lượng này vào (c). Từ (a), (b) và (c), ta tìm được:

$$N_1 = N_3 = \frac{P \cdot \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^3 \alpha} \quad (d)$$

và:
$$N_2 = \frac{P}{1 + \cos^3 \alpha} \quad (e)$$

Vì nội lực ở thanh (2) lớn hơn nên khi ta tăng P thì trong thanh (2) ứng suất sẽ là:

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F} = \frac{P}{F(1 + 2 \cos^3 \alpha)} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_{ch}}{n} \quad (g)$$

Vậy nếu tính theo phương pháp USCP thì lực P phải thoả mãn biểu thức (g), có nghĩa là:

$$P = \frac{\sigma_{ch}}{n} \cdot F(1 + 2 \cos^3 \alpha) = [P]_{dh} \quad (h)$$

Ta đặt giá trị P lớn nhất là $[P]_{dh}$, lực cho phép ở giới hạn đàn hồi.

Nếu tính theo TTGH thì tải trọng P làm cho ứng suất trong thanh (2) đạt tới giới hạn chảy chưa thể coi là tải trọng giới hạn. Vì tuy lúc này ứng suất trong thanh (2) đạt giới hạn chảy σ_{ch} không thể tăng được nữa, nhưng ở thanh (1) và (3) ứng suất còn dưới giới hạn chảy nên nó tiếp tục gánh thêm tải nếu tiếp tục tăng P. Và chỉ khi nào cả 3 thanh chịu ứng suất bằng giới hạn chảy σ_{ch} thì mới xem kết cấu bị phá hủy (xem hình 20.4c).

Căn cứ vào hình 20.4c, ta tìm được P_{gh} là:

$$P_{gh} = \sigma_{ch} \cdot F(1 + 2 \cos \alpha) \quad (i)$$

Tương tự như trên, nếu hệ số an toàn không thay đổi vẫn là n thì ta có lực cho phép theo phương pháp TTGH sẽ là:

$$[P]_d = \frac{P_{gh}}{n} = \frac{\sigma_{ch} \cdot F \cdot (1 + 2 \cos \alpha)}{n} \quad (k)$$

$[P]_d$ – gọi là tải trọng cho phép khi kết cấu làm việc ở trạng thái dẻo.

So sánh biểu thức (h) và (k), ta có kết luận:

$$[P]_d > [P]_{dh}$$

Tức là tải trọng cho phép khi tính theo TTGH lớn hơn tải trọng cho phép khi tính theo USCP. Độ chênh lệch đó có thể tính như sau:

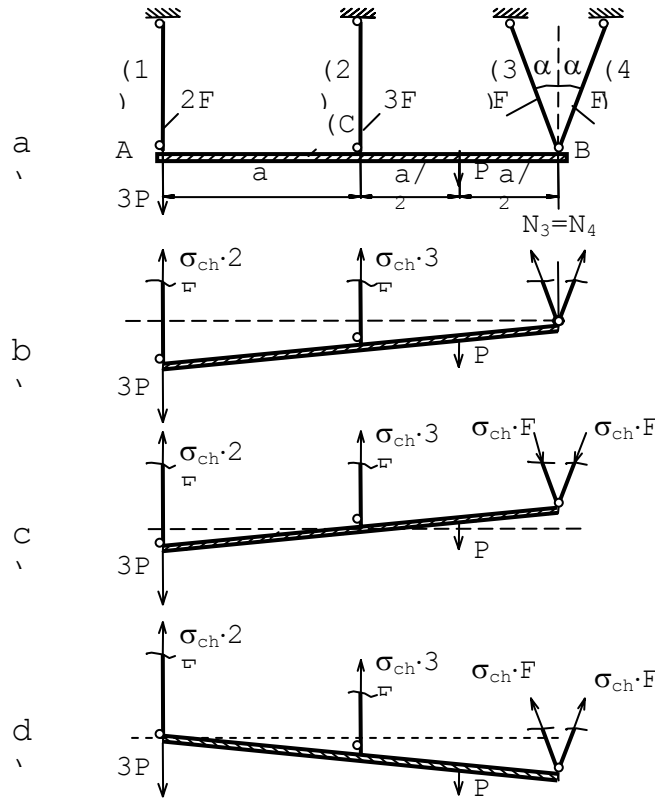
$$\Delta = \frac{[P]_d - [P]_{dh}}{[P]_{dh}} = \frac{2(\cos \alpha - \cos^3 \alpha)}{1 + 2 \cos^3 \alpha}$$

Giá trị Δ phụ thuộc vào góc α . Giả sử $\alpha = 30^\circ$ thì $\Delta = 0,19$, tức là tính theo TTGH thì tải trọng tăng 19% so với khi tính bằng phương pháp USCP.

Ví dụ 3: Một hệ thanh bằng thép treo một dầm tuyệt đối cứng AB như trên hình 20.5a. Cho biết $\alpha = 30^\circ$; $F_1 = 2F$; $F_2 = 3F$; $F_3 = F_4 = F$. Tính P_{gh} .

Lời giải: Có nhiều cách phân tích khả năng bị biến hình của kết cấu khi tải trọng P tăng. Dưới đây phân tích các khả năng xuất hiện sự biến dạng dẻo để hệ đi tới trạng thái giới hạn là: Thứ nhất nếu hai thanh (1) và (2) đều chảy dẻo. Thứ 2 là các thanh (1), (3) và (4) đều chảy dẻo. Thứ 3 là các thanh (2), (3) và (4) đều chảy dẻo. Chúng ta hãy phân tích các trường hợp đó để tìm ra P_{gh} nhỏ nhất có thể có được

- Trường hợp thứ 1: nêu hai thanh (1) và (2) đều chảy dẻo (hình 20.5b). Viết điều kiện cân bằng với phương trình mô men đối với điểm B với giả thiết là P đã đạt tới P_{gh}^1 .



Hình 20.5: Sơ đồ tính lực tới hạn của một hệ thanh bằng thép treo một dầm tuyệt đối cứng vững

Ta có:
$$3P_{gh}^1 \cdot 2a + P_{gh}^1 \cdot \frac{a}{2} - \sigma_{ch} \cdot 2F \cdot 2a - \sigma_{ch} \cdot 3F \cdot a = 0$$

Suy ra:
$$P_{gh}^1 = \frac{14}{13} \cdot \sigma_{ch} \cdot F = 1,077 \sigma_{ch} \cdot F$$

- Trường hợp thứ 2: các thanh (1), (2) và (4) đều chảy dẻo (hình 20.5c).
Viết phương trình mô men với điểm C, ta có:

$$3P_{gh}^2 \cdot a - P_{gh}^2 \cdot \frac{a}{2} - \sigma_{ch} \cdot 2F \cdot a - 2\sigma_{ch} \cdot F \cdot a \cdot \cos \alpha = 0$$

Suy ra:
$$P_{gh}^2 = \frac{4}{5} \sigma_{ch} \cdot F(1 + \cos \alpha) = 1,49 \sigma_{ch} \cdot F$$

- Trường hợp thứ 3: các thanh (2), (3) và (4) đều chảy dẻo, xem hình 20.5d.

Ta lấy mô men với điểm A:

$$P_{gh}^3 \cdot \frac{3}{2} \cdot a - \sigma_{ch} \cdot 3F \cdot a - 2\sigma_{ch} \cdot F \cdot \cos \alpha \cdot 2a = 0$$

Suy ra:
$$P_{gh}^3 = \frac{2}{3} \sigma_{ch} \cdot F(3 + 4 \cos \alpha) = 4,27 \sigma_{ch} \cdot F$$

Trong các trường hợp trên thì trường hợp thứ nhất là nguy hiểm nhất ứng với $P_{gh}^1 = 1,077 \sigma_{ch} \cdot F$ thì hệ đã biến hình và đó cũng là lực giới hạn có thể tác dụng lên hệ. Dĩ

nhiên nếu tính đến sự an toàn với hệ số n thì $[P]_d = \frac{P_{gh}^1}{n}$

Ví dụ 4: Kiểm tra bền theo phương pháp TTGH cho một thanh bị ngâm chặt ở hai đầu, chịu lực P dọc trục như trên hình 20.6a. Cho biết $F=4cm$, $P= 85kN$, $\sigma_{ch}=21 kN/cm^2$ và $[n]=1,8$.

Lời giải: Giá trị lực P sẽ biến thành lực P_{gh} khi cả hai đoạn AB và BC cùng chảy dẻo, tức là N_A, N_B đều đạt đến giá trị $\sigma_{ch} \cdot F = N_A = N_B$.

Bằng phương pháp mặt cắt thông thường ta xét sự cân bằng như trên hình 20.6b, ta có:

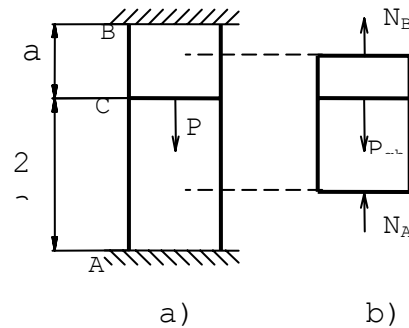
$$P_{gh} - N_A - N_B = P_{gh} - 2\sigma_{ch} \cdot F = 0$$

Suy ra: $P_{gh} = 2 \cdot 2,1 \times 4 = 168kN$

Theo (20-2) ta kiểm tra bền theo TTGH là:

$$n = \frac{P_{gh}}{P} = \frac{168}{85} = 1,97 > [n]$$

Thanh làm việc đảm bảo điều kiện bền theo TTGH.



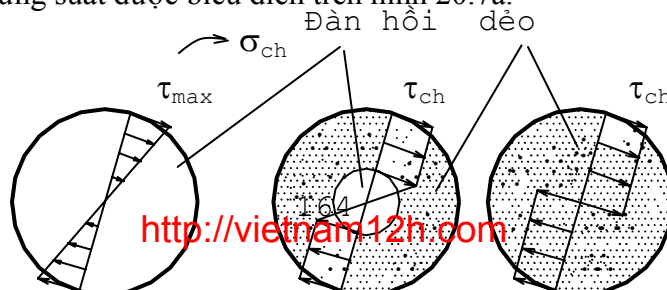
Hình 20.6: Kiểm tra bền theo phương pháp TTGH

20.3. TÍNH TRỤC TRÒN CHỊU XOÁN.

Một thanh tròn chịu xoắn thì trong giai đoạn đầu thanh làm việc trong giới hạn đàn hồi, tức là ứng suất nó lớn nhất ở chu vi và giá trị ta đã gặp ở chương xoắn:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p}$$

Sự phân bố ứng suất được biểu diễn trên hình 20.7a.



Khi ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt cắt có mô men xoắn lớn nhất đạt tới giới hạn chảy τ_{ch} . Theo phương pháp USCP thì đó là giới hạn nguy hiểm và mô men xoắn này nằm

ở giữa giới hạn đàn hồi và dẻo, nó được tính:

$$M_Z = \tau_{ch} \cdot W_{P_{dh}} = \frac{\pi R^3}{16} \cdot \tau_{ch}, \quad \text{vì} \left(W_{P_{dh}} = \frac{\pi R^3}{16} \right)$$

Với hệ số an toàn n chẳng hạn thì mô men cực đại ở giai đoạn đầu đàn hồi sẽ là:

$$[M_Z]_{dh} = \frac{\pi R^3}{16} [\tau] \quad \text{với} \quad [\tau] = \frac{\tau_{ch}}{n}$$

Đối với vật liệu dẻo lí tưởng đã nói ở trên, khi tiếp tục tăng tải trọng thì vùng dẻo ở mặt cắt tăng lên, không những ở trên chu vi đạt giới hạn chảy mà ngay cả phía trong chu vi thì cũng xuất hiện ứng suất chảy và lan dần vào trong như hình 20.7b. Sự phát triển vùng chảy dẻo sẽ tăng đến tâm của mặt cắt và ứng suất mọi điểm đều đạt đến giới hạn chảy dẻo τ_{ch} (xem hình 20.7c). Khi đó mô men xoắn nội lực đạt đến giới hạn gọi là mô men xoắn dẻo. Để tính giá trị này ta cũng làm như thường lệ:

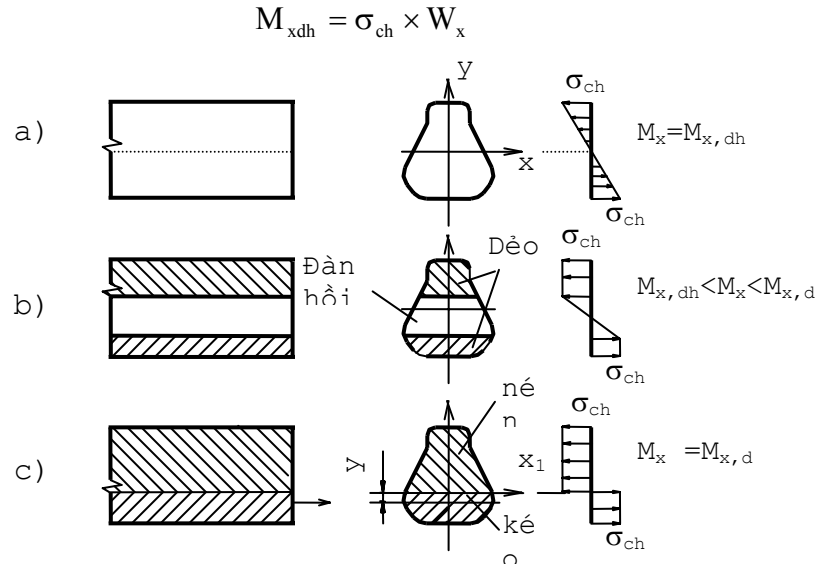
$$M_{Zd} = \int_F \tau_{ch} \cdot \rho \cdot dF = \int_0^{2\pi R} \int_0^{\rho} \rho^2 \cdot \tau_{ch} \cdot d\varphi \cdot d\rho = \frac{2\pi R^3}{3} \cdot \tau_{ch}$$

Đặt $\frac{2\pi R^3}{3} = W_{Pd}$ - mô men chống xoắn dẻo. Ta gọi $k = \frac{W_{Pd}}{W_{P_{dh}}} = \frac{4}{3}$ - hệ số tăng

tải trọng khi tính theo TTGH với phương pháp USCP.

20.4. THANH CHỊU UỐN THUẦN TUYỆT

Theo định nghĩa đã biết thì thanh uốn thuần túy khi trên mặt cắt của thanh chỉ có một thành phần nội lực là mô men uốn. Trong giai đoạn đầu vật liệu làm việc trong miền đàn hồi, phân bố theo chiều cao của mặt cắt ngang là bậc nhất và ứng suất cực đại đạt được ở các mép trên và dưới của mặt cắt và được biểu diễn trên hình 20.8a. Ứng với giá trị mô men ở thời điểm này là M_{xdh} và được tính như sau:



Hình 20.8: Sự phát triển miền dẻo trên thanh chịu uốn thuần túy

(Đối với hình chữ nhật, $W_x = \frac{bh^2}{6}$ mà ta đã gặp trong chương uốn)

Tương tự như các bài toán trên với n là hệ số an toàn thì mô men cực đại có thể có trong giới hạn đàn hồi là:

$$[M_x]_{dh} = \frac{\sigma_{ch}}{n} W_x = [\sigma] \cdot W_x$$

Theo phương pháp USCP thì khi mô men nội lực đạt tới giá trị $[M_x]_{dh}$ thì coi như kết cấu bị phá huỷ. Tuy nhiên nếu ta tiếp tục tăng tải trọng, mô men nội lực cũng tăng lên và sự phát triển ứng suất chảy σ_{ch} sẽ tiếp tục tiến vào đường trung hoà (xem hình 20.8b). Sự phát triển miền chảy dẻo còn có thể làm cho σ_{ch} điền đầy cả mặt cắt như hình 20.8c. Mô men nội lực trên mặt cắt lúc này gọi là mô men dẻo M_d . Ở trạng thái toàn bộ mặt cắt chịu sự chảy dẻo thì trên mặt cắt chia làm hai vùng chảy dẻo có giá trị tuyệt đối là σ_{ch} nhưng một vùng chịu kéo và một vùng chịu nén (xem hình 20.8c). Nó khác với trường hợp chịu kéo (nén) ứng suất trên một mặt cắt chỉ có thể là kéo hoàn toàn hoặc nén hoàn toàn.

Trở lại bài toán uốn ta xác định được M_d bằng cách lấy mô men đối với trục x_1 (là trục trung hoà mới, ranh giới giữa miền dẻo chịu kéo và miền dẻo chịu nén. Cần chú ý y' là ứng suất vuông góc với mặt cắt, nghĩa là tạo với trục x_1 mô men dẻo).

Và
$$M_d = \int_{F_k} \sigma_{ch} \cdot y \cdot dF + \int_{F_n} \sigma_{ch} \cdot y \cdot dF$$

hay
$$M_d = \sigma_{ch} \int_{F_k} y dF + \sigma_{ch} \int_{F_n} y dF = \sigma_{ch} [S_k + S_n]$$

Trong đó: $\int_{F_k} y dF$, $\int_{F_n} y dF$ là mô men tĩnh của phần diện tích dẻo chịu kéo và chịu nén lấy với trục x_1 , được kí hiệu là S_k và S_n .

Vậy
$$M_d = (S_k + S_n) \sigma_{ch}$$

Ta đặt $S_K + S_n = W_d$ - mô men chống uốn dẻo. Thì mô men uốn giới hạn (ứng với mặt cắt hoàn toàn chảy dẻo) được viết:

$$M_d = \sigma_{ch} \cdot W_d$$

Đến đây còn một vấn đề nữa là phải tìm đường trung hoà mới x_1 (đường chia hai miền khi dẻo, nó có thể không trùng với trục trung hoà x mà ta đã biết trong chương uốn, khi mặt cắt còn làm việc trong miền đàn hồi). Để xác định x_1 ta chú ý rằng đây là bài toán uốn thuần tuý nên ngoài M_x , các thành phần nội lực khác không có. Ví vậy lực dọc $N_z = 0$ (tức là chiếu tất cả các lực lên trục z phải bằng 0).

$$N_z = \int_{F_k} \sigma_{ch} \cdot dF - \int_{F_n} \sigma_{ch} \cdot dF = 0$$

Suy ra
$$\int_{F_k} dF - \int_{F_n} dF = 0$$

Hay
$$F_k = F_n \quad (20-4)$$

Như vậy đường trung hoà mới x_1 chia diện tích mặt cắt ra làm hai phần bằng nhau khi tính bằng phương pháp TTGH.

Nếu vẫn sử dụng n là hệ số an toàn khi tính độ bền theo TTGH, thì mô men lớn nhất khi dẻo sẽ là:

$$[M]_d = \frac{\sigma_{ch}}{n} \cdot W_d = [\sigma] \cdot W_d$$

Rõ ràng đối với các hình đối xứng như hình chữ nhật, hình tròn, chữ I thì trục x và x_1 phải trùng nhau. Nếu mặt cắt không đối xứng qua trục x , thì trục x_1 sẽ xác định theo (20-4). Dưới đây chúng ta thử so sánh W_{dh} và W_d cũng chính là so sánh giá trị của M_{dh} và M_d đối với một số hình thường gặp.

1/ Mặt cắt hình chữ nhật có tiết diện $b \times h$:

$$W_{dh} = \frac{b \cdot h^2}{6}; W_d = S_K + S_n$$

Mà
$$|S_K| = |S_n| = b \cdot \frac{h}{2} \times \frac{h}{4} = \frac{bh^2}{8}$$

Vậy
$$W_d = \frac{bh^2}{4}$$

Chú ý: Khi tính mô men tĩnh S_K, S_n là tính mô tĩnh của 1/2 hình chữ nhật lấy đối với trục x (x và x_1 trùng nhau).

Ta lập tỉ số so sánh:

$$\frac{W_d}{W_{dh}} = \frac{bh^2/4}{bh^2/6} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Cũng có nghĩa là mô men nội lực tính theo phương pháp TTGH gấp 1,5 lần so với mô men nội lực tính theo phương pháp USCP.

2/ Đối với mặt cắt hình tròn.

$$W_d = |S_K| + |S_n| = 2 \cdot \frac{\pi R^2}{2} \times \frac{4}{3\pi} R = \frac{4}{3} R^3$$

(Tính mô men tĩnh 1/2 hình tròn với trục x qua tâm).

Như trong chương đặc trưng hình học ta đã có:

$$W_{dh} = \frac{\pi R^3}{32}$$

Lập tỉ số
$$\frac{W_d}{W_{dh}} = \frac{4/3R^3}{\pi R^3/32} \approx \frac{5}{3} \quad (\text{xem } \pi \approx 3,2)$$

Vậy mô men nội lực tính theo TTGH tăng 5/3 lần so với mô men nội lực tính theo USCP.

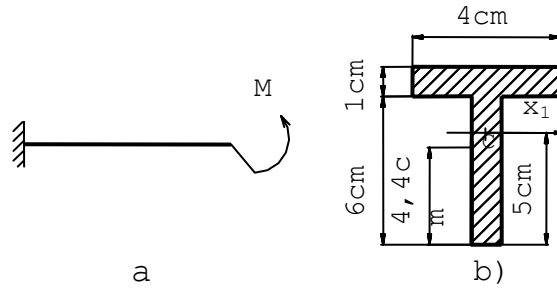
3/ Đối với các tiết diện hình chữ I, □ ta tìm được mô men chống uốn đàn hồi W_{dh} , S_x là mô men tĩnh của 1/2 hình đối với trục trung hoà x và ta được tỷ số:

$$\frac{W_d}{W_{dh}} = 1,15 \div 1,5$$

Ví dụ 5: Tìm giá trị mô men M_{dh} theo phương pháp USCP và giá trị mô men giới hạn M_d tác dụng lên dầm công xôn có tiết diện như hình 20.9. Cho biết $\sigma_{ch}=32 \text{ kN/cm}^2$, hệ số an toàn $n= 1,85$.

Lời giải: Chúng ta xác định trọng tâm C của mặt cắt (xem hình 20.9b) và mô men quán tính chính trung tâm J_x rồi tìm W_{dh} , theo tuần tự đã gặp trong các chương đặc trưng hình học của mặt cắt và chương uốn trong phần đầu, ở đây ta cho kết quả $W_{dh}=10,85 \text{ cm}^3$.

Chúng ta tìm trục trung hoà khi cả mặt cắt chảy dẻo, tức là tìm trục chia đôi mặt cắt đó ra.



Hình 20.9: Sơ đồ tính mô men M_{dh} và M_d theo phương pháp USCP

Diện tích của cả mặt cắt là:

$$F=4 \cdot 1+6 \cdot 1=10 \text{ cm}^2$$

Vậy trục x_1 cách mép dưới là 5cm (chia đôi mặt cắt)

Vậy $W_d=S_K+S_n=5 \cdot 1 \cdot 2,5+1 \cdot 1 \cdot 0,5+4 \cdot 1 \cdot 1,5=19 \text{ cm}^3$.

Cuối cùng ta có:

$$[M]_{dh} = \frac{\sigma_{ch}}{n} \cdot W_{dh} = \frac{32}{1,85} \times 10,85 = 187,67 \text{ kNcm}$$

$$[M]_d = \frac{\sigma_{ch}}{n} \cdot W_d = \frac{32}{1,85} \times 19 = 328,84 \text{ kNcm}$$

20.5. THANH CHỊU UỐN NGANG PHẪNG. KHỚP DẸO.

Chúng ta vừa xét bài toán uốn thuần tuý (mô men nội lực là hằng số trong một đoạn nào đấy hoặc suốt chiều dài) tức là các mặt cắt trên kết cấu đang xét là bằng nhau và sự xuất hiện, phát triển chảy dẻo cũng sẽ đồng bộ cho mọi mặt cắt, nên tải trọng giới hạn cũng bằng nhau ở mọi mặt cắt. Nhưng trong bài toán uốn ngang phẳng thì nói chung có lực cắt Q_y xuất hiện và mô men nội lực M_x sẽ thay đổi và chỉ lớn nhất ở một vài mặt cắt thôi (tuỳ theo tải trọng tác dụng). Ta hãy xét một trường hợp đơn giản của một dầm chịu lực như trên hình 20.10a. Tại tiết diện đặt lực, mô men uốn nội lực M_x lớn nhất và giá trị này có được bằng cách tính mô men uốn nội lực tại đó:

$$M_{x_{max}} = \frac{P \cdot a \cdot b}{a + b}$$

Quá trình hình thành và phát triển biến dạng dẻo tại điểm đặt lực diễn ra như sau :

1- Giai đoạn đàn hồi: Cùng với lực P tăng lên thì giá trị $M_{x_{max}}$ cũng tăng lên cho đến khi $M_{x_{max}} = M_{dh}$, ứng với giới hạn đàn hồi và lúc này sự chảy dẻo bắt đầu xuất hiện ở các cạnh của mặt cắt đó xa trục trung hoà nhất (hình 20.10b).

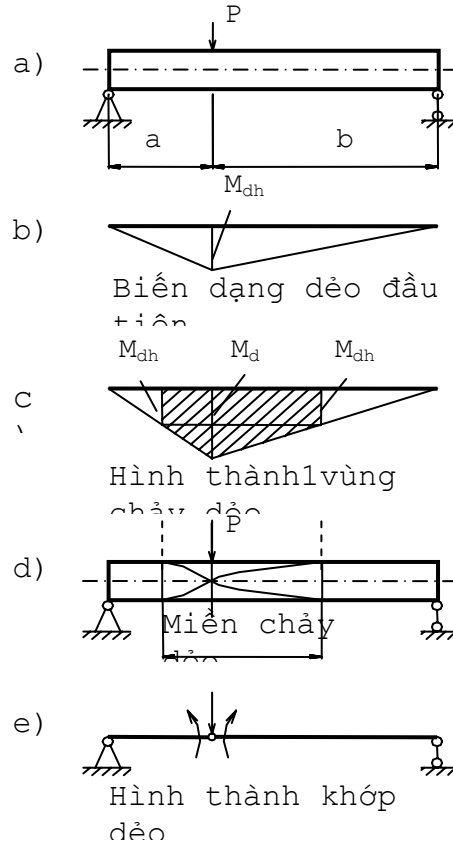
2- Giai đoạn đàn dẻo: Khi $M_{max} > M_{dh}$ thì tại tiết diện đặt lực biến dạng dẻo lan dần vào bên trong khi cả tiết diện này đều chảy dẻo thì tiếp tục các mặt cắt lân cận mô men cũng tăng và đạt tới giới hạn đàn hồi M_{dh} , cứ tiếp tục tăng lực P thì trên thanh sẽ hình thành 1 vùng dẻo (xem hình 20.10c).

3- Lực giới hạn và khớp dẻo: Khi tại mặt cắt chịu mô men nội lực đạt đến giá trị giới hạn $M_{x_{max}} = M_d$ (mô men lớn nhất làm cho cả mặt cắt bị chảy dẻo). Miền chảy dẻo này sẽ lan sang các mặt cắt lân cận tạo nên một vùng chảy dẻo (xem hình 20.10c). Cũng chính ở nơi đặt lực P mặt cắt bị chảy dẻo hoàn toàn hình thành như một khớp gọi là “khớp dẻo“, khi đó P đạt đến giá trị tới hạn (xem hình 20.10d,e). Lúc này dầm biến thành một cơ cấu, một hệ biến hình. Về mặt cơ học, thì sự làm việc của dầm đối với “khớp dẻo“ cũng như khớp thật. Song chúng cũng có đôi điều khác nhau:

- Tại khớp thật của kết cấu, mô men uốn bằng không, còn tại “khớp dẻo” thì mô men uốn khác không và bằng mô men uốn chảy dẻo M_d .

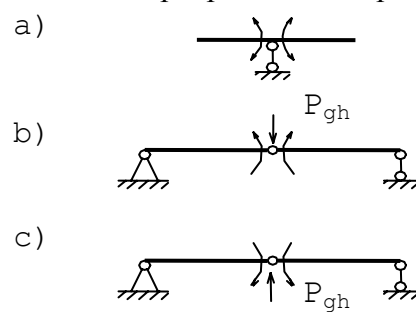
- Ở mặt cắt ngang tại khớp thật có thể xoay theo hai chiều (hình 20.11a). Còn ở “khớp dẻo” mặt cắt chỉ xoay theo thứ căng của mô men (hình 20.11b,c), tức là tại “khớp dẻo” chỉ cho phép mở về một phía.

Bây giờ chúng ta hãy để ý đến vấn đề về số “khớp dẻo” là bao nhiêu để hệ trở nên biến hình tức là không còn làm việc được. Trong phần vừa mới trình bày trên hình 20.9 là một dầm tĩnh định và qua phân tích ta thấy chỉ cần cơ cấu xuất hiện một “khớp dẻo” tại lực P_{gh} là cơ cấu đã biến hình. Vậy đối với những hệ siêu tĩnh bậc n thì cần phải hình thành bao nhiêu “khớp dẻo” thì cơ cấu mới thật sự biến hình. Số khớp dẻo đó tối đa chỉ là n+1 (n là số bậc siêu tĩnh, chúng ta sẽ gặp điều này trong ví dụ sau)



Hình 20.10: Quá trình hình thành biến dạng dẻo

Quá trình hình thành biến dạng dẻo



Hình 20.11: Mô men uốn tại khớp thật và khớp dẻo

Một vấn đề cũng cần nói đến là khi tính dầm chịu uốn ta bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt (ứng suất tiếp) đến sự chảy dẻo, điều kiện chảy dẻo như cách trình bày ở trên là mới để ý đến mô men nội lực (ứng suất pháp như trong trạng thái ứng suất đơn). Trong sự phát triển vùng chảy dẻo, tại đây không có khả năng chịu cắt, tức là ứng suất tiếp tại đó không có. Ứng suất tiếp chỉ xuất hiện và tồn tại ở vùng đàn hồi và được tính như trong uốn ngang phẳng.

Ví dụ 6: Xác định cường độ lực q phân bố trên dầm (xem hình 20.12a). Dầm làm từ thép định hình chữ I số hiệu 18, có $\sigma_{ch} = 32 \text{ kN/cm}^2$, chiều dài của dầm là 3,8m.

Lời giải: Tra bảng ứng với thép I N^o18, ta có:

- Mô men tĩnh của 1/2 diện tích của mặt cắt sẽ là: $S_x = 81,4 \text{ cm}^2$.

- Mô men chống uốn dẻo:

$$W_{xd} = S_k + S_n = 2 \times 81,4 = 162,8 \text{ cm}^3.$$

- Mô men uốn dẻo ở mặt cắt giữa dầm sẽ là:

$$M_{xd} = \sigma_{ch} \cdot W_{xd} = 32 \times 162,8 = 5209,6 \text{ kNm} = 52,096 \text{ kNm}.$$

- Cũng tại giữa dầm (hình 20.12), ta vẽ biểu đồ nội lực sẽ nhận được giá trị mô men nội lực lớn nhất là $M_{x \max} = ql^2/8$. Khi giá trị này bằng M_{xd} thì ở đây hình thành “khớp dẻo” và hệ biến hình. Cho nên giá trị giới hạn q_{gh} được xác định bởi:

$$M_{x \max} = M_{xd} = \frac{q_{gh} \cdot l^2}{8} = 52,096 \text{ kNm}$$

$$\text{Cuối cùng: } q_{gh} = \frac{52,096}{l^2} \times 8 = 28,85 \text{ kN/m}$$

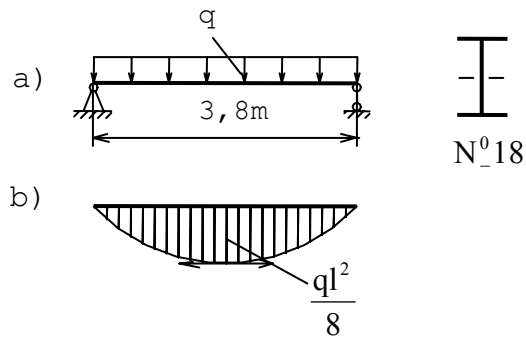
Ví dụ 7: Xác định kích thước ngang của mặt cắt hình chữ nhật ($h=2b$) siêu tĩnh như trên hình vẽ 20.13a. Được biết $P=25 \text{ kN}$; $a=0,5 \text{ m}$; $\sigma_{ch} = 26 \text{ kN/cm}^2$; $n=2$.

Lời giải:

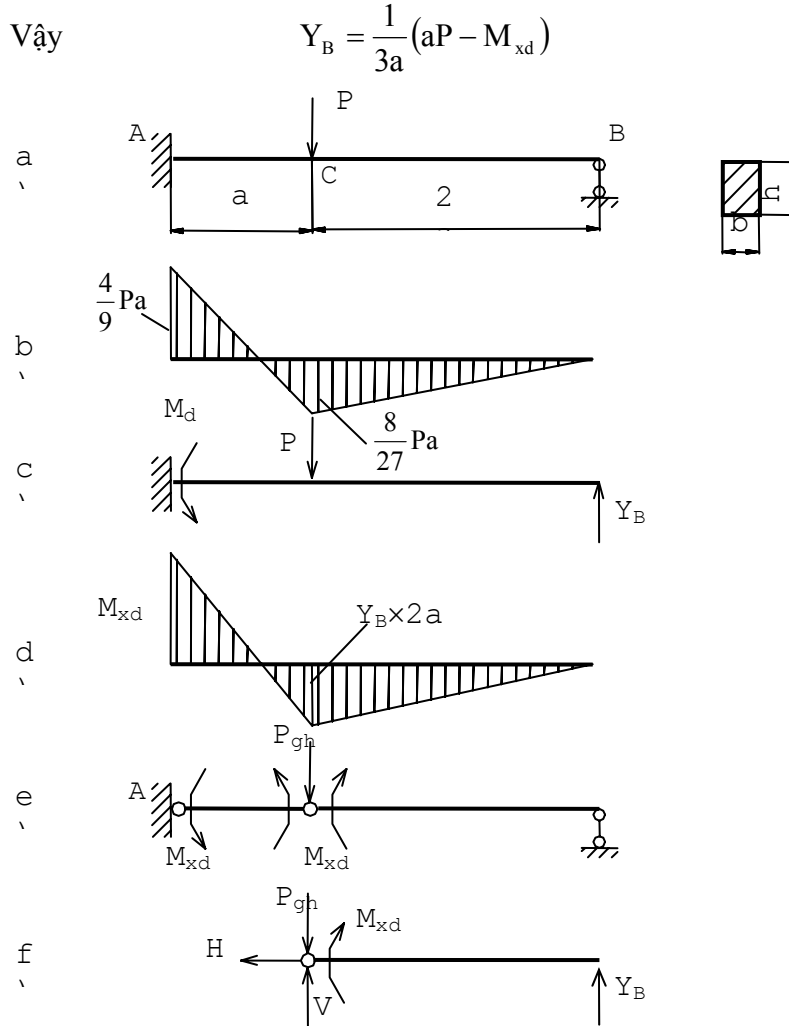
1-Cách giải đàn hồi: Trước tiên ta vẽ biểu đồ mô men nội lực xuất hiện trong dầm siêu tĩnh này. Bằng phương pháp lực giải hệ siêu tĩnh ta vẽ được biểu đồ mô men nội lực như trên hình 20.13b. Căn cứ vào biểu đồ ta thấy tại ngàm giá trị mô men lớn nhất. Cho nên khi tăng tải trọng P thì tại đây sẽ chảy dẻo trước và hình thành khớp dẻo đầu tiên (sau thời điểm này dầm có thể chịu tải tiếp tục vì với một khớp ở ngàm dầm vẫn chưa bị biến hình hoàn toàn). Mô men ở khớp dẻo này có chiều quay làm căng thớ trên của dầm (xem hình 20.13c).

Từ sơ đồ này ta xác định giá trị phản lực tại B là Y_B theo phương trình cân bằng (lấy mô men của các lực ở điểm A tại ngàm), ta sẽ có:

$$\sum M_A = Y_B \cdot 3a - P \cdot a + M_{xd} = 0$$



Hình 20.12: Tính lực q phân bố đều



Hình 20.13: Tính kích thước ngang của mặt cắt hình chữ nhật siêu tĩnh

Lúc này biểu đồ mô men nội lực được xây dựng như trên hình 20.13d. Nếu ta tiếp tục tăng lực P lên thì giá trị M_{xd} tại ngàm không đổi nhưng ở điểm đặt lực P mô men sẽ tăng dần đến giá trị chảy dẻo M_{xd} , tức là hình thành ở đây một khớp dẻo nữa, đảm làm việc theo sơ đồ của một hệ biến hình (xem hình 20.13e) và mất khả năng chịu lực. Vậy khi mô men nội lực tại lực P là $Y_B \times a$ đạt giới hạn dẻo M_{xd} nữa thì dầm ở trạng thái giới hạn và tải trọng sẽ đạt đến P_{gh} . Từ giá trị Y_B tính được mô men tại điểm P_{gh} phải bằng

$$M_{xd}: \quad Y_B \times a = \frac{1}{3a}(aP_{gh} - M_{xd}) \times a = M_{xd} \rightarrow P_{gh} = \frac{4M_{xd}}{a}$$

- Với mặt cắt chữ nhật $h=2b$, thì mô men chống uốn dẻo:

$$W_{xd} = \frac{bh^3}{4} = \frac{h^3}{8}$$

- Điều kiện bền theo TTGH

$$25 = P \leq \frac{P_{gh}}{n} = \frac{4\sigma_{ch} \cdot W_{xd}}{n \cdot a} = \frac{\sigma_{ch} \cdot h^3}{n \cdot a \cdot 8}$$

$$\text{Vậy: } h^3 = \frac{P \cdot n \cdot a \cdot 2}{\sigma_{ch}} = \frac{25 \cdot 2 \cdot 50 \cdot 2}{26} = 192,4 \text{ cm}^3$$

$$\text{Suy ra: } h=5,8 \text{ cm và } b=2,9 \text{ cm}$$

Nếu tính theo phương pháp USCP thì ta căn cứ vào biểu đồ mô men nội lực trên hình 20.13b, thì tại A ở ngàm mô men lớn nhất, vậy:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_{xdh}} \leq \frac{\sigma_{ch}}{n} = [\sigma]$$

$$\sigma_{max} = \frac{4}{9} P \cdot a \times \frac{6}{bh^2} \leq \frac{\sigma_{ch}}{n}$$

$$\sigma_{max} = \frac{4 \times 25 \times 50 \times 6}{9 \times \frac{h^3}{2}} \leq \frac{26}{2} = 13$$

$$\text{Vậy: } h^3 = 1358 \text{ cm}^3$$

$$\text{Hay } h=11,4 \text{ cm và } b=5,7 \text{ cm}$$

Rõ ràng với ví dụ trên ta thấy rằng nếu để ý đến biến dạng dẻo của vật liệu thì mặt cắt ngang sẽ nhỏ hơn nhiều, nghĩa là tiết kiệm vật liệu hơn.

2- Phương pháp động học:

Phương pháp này dựa vào dự đoán số khớp dẻo và vị trí của nó để hệ xảy ra việc biến hình. Thường việc dự đoán này dựa theo ý tưởng là số khớp dẻo bằng số bậc siêu tĩnh cộng thêm một (số khớp dẻo bằng $n+1$, trong đó n là số bậc siêu tĩnh). Trở lại ví dụ của ta đang xét, nếu mới có một khớp dẻo ở ngàm thì chưa thể biến hình được, mà chỉ khi nào xuất hiện thêm một khớp dẻo ở nơi đặt lực P (khớp này ngược chiều lại với khớp ở ngàm, vì mô men uốn ở ngàm căng phía trên và ở nơi đặt lực lại căng phía dưới). Sơ đồ của dầm ở trạng thái giới hạn được biểu diễn trên hình 20.13e. Nó cho ta hình dung được sự chuyển động khả dĩ của hệ khi hệ đạt đến trạng thái giới hạn, vì vậy người ta gọi phương pháp này là phương pháp động học. Để xác định Y_B ta xét sự cân bằng của phần tử bên phải (xem hình 20.13f), viết phương trình cân bằng lấy mô men với điểm C.

$$\sum M_c = Y_B \cdot a - M_{xd} = 0 \Rightarrow Y_B = \frac{M_{xd}}{a}$$

Tiếp tục xét sự cân bằng toàn dầm:

$$\sum M_A = 3a \cdot Y_B - 2aP_{gh} + 2M_{xd} - M_{xd} = 0$$

$$\text{hay } 3a \cdot \frac{M_{xd}}{a} - 2aP_{gh} + M_{xd} = 0$$

$$\text{Suy ra } P_{gh} = \frac{2M_{xd}}{a} = \frac{2\sigma_{ch} \cdot W_{xd}}{a}$$

Kết quả giải bằng hai phương pháp này là như nhau. Lời giải theo phương pháp động học này tỏ ra ngắn gọn hơn. Đối với những trường hợp có khả năng xuất hiện nhiều khớp dẻo, ví như số vị trí có các lực tập trung tác dụng nhiều hơn số khớp dẻo tối đa $n+1$.

Lúc này có nhiều phương án hình thành khớp dẻo để hệ biến hình. Dĩ nhiên phải dự đoán hết các phương án và giải nó để tìm lực giới hạn P_{gh} nhỏ nhất đủ cho hệ biến hình và phá hủy. Chúng ta đã làm điều này trong ví dụ 3 ở mục 20-2. Chú ý một điều là phương pháp động học này chỉ sử dụng khi biết rõ những vị trí có thể hình thành khớp dẻo. Đối với những bài toán mà khớp dẻo có thể di chuyển trong quá trình hình thành và

phát triển của sự chảy dẻo (thường xảy ra khi tải trọng là các lực, mô men phân bố), thì hiển nhiên không sử dụng phương pháp động học.

Ví dụ 8: Tính tải trọng cho phép của dầm chịu lực như trên hình 20.14a.

Lời giải: Dầm này có bậc siêu tĩnh là 1. Trong giới hạn đàn hồi ta giải bài toán này bằng phương trình 3 mô men hoặc phương pháp lực để xác định được biểu đồ mô men nội lực như trên hình 20.14b. Căn cứ biểu đồ này, ta thấy tại điểm D điểm đặt lực P mô men có giá trị lớn nhất là $M_{\max} = \frac{13}{64}Pl$. Theo phương pháp USCP, thì ứng suất tại đó

được tính như sau:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{W_{xdh}} = \frac{13}{64} \cdot \frac{Pl}{W_{xdh}} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_{ch}}{n}$$

Vậy:
$$[P]_{dh} = [\sigma] \cdot \frac{W_{xdh} \times 64}{13 \cdot l}$$

Tính theo TTGH: khi tại D hình thành khớp dẻo, nếu tăng lực thì tại B sẽ tiếp tục hình thành khớp dẻo nữa (số khớp dẻo để hệ biến hình là $n+1=1+1=2$), lúc này dầm ở trạng thái giới hạn (xem hình 20.14c). Tải trọng giới hạn P_{gh} và biểu đồ nội lực M_{gh} ứng với trạng thái giới hạn được trình bày ở hình 20.14d.

- Từ $M_{gh} = M_d$, ta suy ra phản lực ở gối A trong trạng thái giới hạn bằng cách viết phương trình lấy mô men tại D của phần dầm DA:

$$\sum M_D = Y_A \cdot \frac{l}{2} - M_d = 0$$

Vậy
$$Y_A = \frac{2M_d}{l}$$

-Ta tiếp tục xét phương trình mô men lấy với điểm B trong đoạn AB. Ta sẽ có:

$$\sum M_B = P_{gh} \times \frac{l}{2} - Y_A \cdot l + M_d - M_d - M_d = 0$$

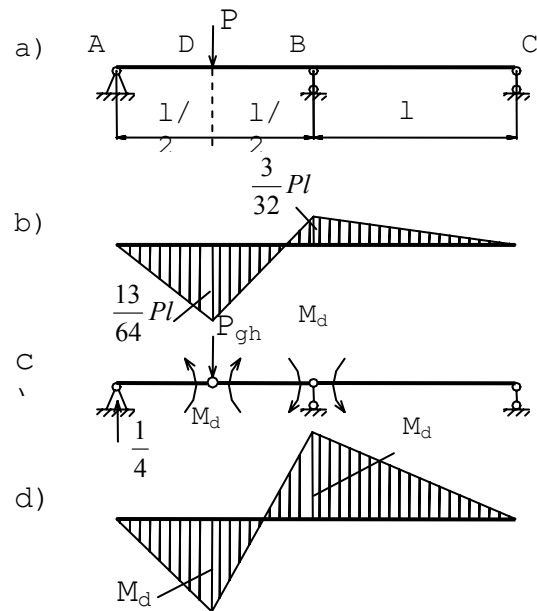
Suy ra:
$$P_{gh} = \frac{6M_d}{l}$$

Trong đó: $M_d = \sigma_{ch} \times W_d$, vậy
$$P_{gh} = \frac{6\sigma_{ch} \cdot W_d}{l}$$

Cũng lấy hệ số an toàn như trên, ta có:

$$[P]_d = \frac{6[\sigma]}{l} W_d$$

So sánh kết quả của hai phương pháp trên ta có:



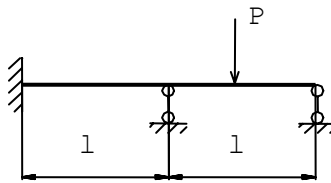
Hình 20.14: Tính tải trọng cho phép của một dầm

$$\frac{[P]_d}{[P]_{\text{âPh}}} = \frac{6[\sigma]}{1} \cdot \frac{13l}{64[\sigma]} \cdot \frac{W_d}{W_{dh}} = 1,22m$$

Trong đó : $m = \frac{W_d}{W_{dh}}$ là tỉ số so sánh khả năng chịu lực của mặt cắt tính theo hai phương pháp trên .

CÂU HỎI TỰ HỌC:

- 20.1. Phân tích sự khác biệt của hai phương pháp tính theo trạng thái giới hạn và phương pháp tính theo ứng suất cho phép?
- 20.2. Nêu tính chất của vật liệu theo sơ đồ đàn-dẻo, dẻo lí tưởng. Vì sao phải xây dựng các sơ đồ này ?
- 20.3. Khi tính theo trạng thái giới hạn thì khi nào có khớp dẻo. Sự phá hủy công trình có liên hệ gì đến việc hình thành và phát triển khớp dẻo.
- 20.4. Bài toán kéo (nén) khi nào phải sử dụng phương pháp trạng thái giới hạn.
- 20.5. Sự khác nhau của bài toán uốn thuần túy và uốn ngang phẳng khi tính theo TTGH
- 20.6. Hãy tìm lực giới hạn P_{gh} của một dầm chịu lực như trên hình vẽ 20.15.



Hình 20.15

