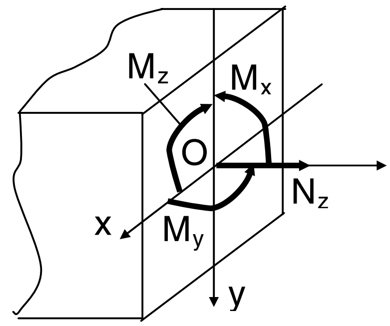
Chương 10
THANH CHỊU LỰC PHỨC TẠP

10.1 KHÁI NIỆM

♦ Định nghĩa

Thanh chịu lực phức tạp khi trên các mặt cắt ngang có tác dụng đồng thời của nhiều thành phần nội lực như lực dọc N_z, mômen uốn M_x, M_y, mômen xoắn M_z (H.10.1).



H.10.1

Khi một thanh chịu lực phức tạp, ảnh hưởng của lực cắt đến sự chịu lực của thanh rất nhỏ so với các thành phần nội lực khác nên trong tính toán không *x*ét đến lực cắt.

2- Cách tính toán thanh chịu lực phức tạp

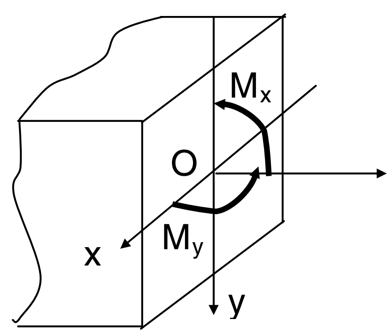
Áp dụng Nguyên lý cộng tác dụng

Nguyên lý cộng tác dụng: Một đại lượng do nhiều nguyên nhân đồng thời gây ra sẽ bằng tổng đại lượng đó do tác động của các nguyên nhân riêng lẽ (Chương 1)

10.2 THANH CHỊU UỐN XIÊN

1- Định nghĩa – Nội lực

Thanh chịu uốn xiên khi trên mọi mặt cắt ngang chỉ có hai thành phần nội lực là mômen uốn M_x và mômen uốn M_y tác dụng trong các mặt phẳng yoz và xoz (H.10.2).



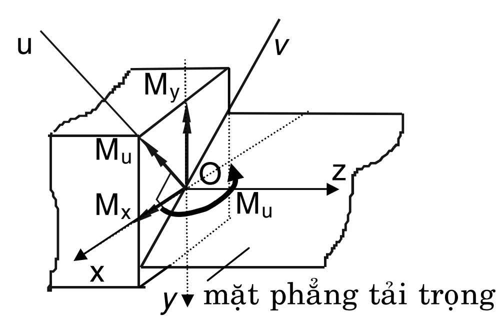
H.10.2

Dấu của M_x , M_y :

$M_x > 0$ khi căng thớ $y > 0$

$M_y > 0$ khi căng thớ $x > 0$

Theo Cơ học lý thuyết, ta có thể biểu diễn mômen M_x và M_y bằng các véc tơ mômen M_x và M_y (H.10.3); Hợp hai mômen này là mômen tổng M_u . M_u nằm trong mặt phẳng *voz*, mặt phẳng này thẳng góc với trục *u* (chứa véc tơ mômen M_u) và chứa trục thanh (H.10.3).



H.10.3 Mômen tổng và mặt phẳng tải trọng

Mặt phẳng tải trọng là mặt phẳng chứa M_u.

Giao tuyến của mặt phẳng tải trọng với mặt cắt ngang là **Đường tải trọng** (trục v)

Ký hiệu α : Góc hợp bởi trục x và đường tải trọng; Ta có

$$|M_u| = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \qquad (10.1)$$

$$\tan\alpha = \frac{M_x}{M_y} \qquad (10.2)$$

Định nghĩa khác của uốn xiên: Thanh chịu uốn xiên khi trên các mặt cắt ngang chỉ có một mômen uốn M_u tác dụng trong mặt phẳng chứa trục mà không trùng với **mặt phẳng quán tính chính trung tâm** yOz hay xOz.

Đặc biệt, đối với thanh tiết diện tròn, mọi đường kính đều là trục chính trung tâm (trục đối xứng), nên bất kỳ mặt phẳng chứa trục thanh nào cũng là mặt phẳng quán tính chính trung tâm. Do đó, mặt cắt ngang thanh tròn luôn luôn chỉ chịu uốn phẳng.

2- Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

Theo nguyên lý cộng tác dụng, tại một điểm A (x,y) bất kỳ trên tiết diện, ứng suất do hai mômen M_x , M_y gây ra tính theo công thức sau :

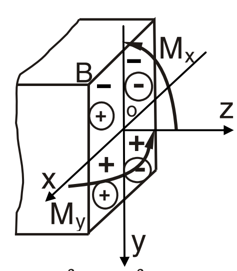
$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x \qquad (10.3)$$

Trong (10.3), số hạng thứ nhất chính là ứng suất pháp do M_x gây ra, số hạng thứ hai là ứng suất pháp do M_y gây ra

Công thức (10.3) là công thức đại số, vì các mômen uốn M_x, M_y và tọa độ điểm A(x,y) có dấu của chúng

Trong tính toán thực hành, thường dùng công thức kỹ thuật như sau:

$$\sigma_z = \pm \frac{|M_x|}{J_x}|y| \pm \frac{|M_y|}{J_y}|x| \qquad (10.4)$$



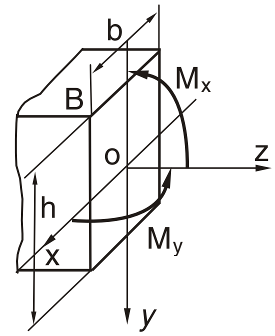
H.10.4 Biểu diễn các miền kéo, nén trên mặt cắt do M_x , M_y gây ra

Trong (10.4), lấy dấu cộng (+) hay (–) tuỳ theo điểm tính ứng suất nằm ở miền chịu kéo hay nén do từng nội lực gây ra

H.10.4 biểu diễn các miền kéo, nén trên mặt cắt do các mômen uốn M_x , M_y gây ra : **+ , -** do M_x

⊕ , ⊖ do M_y

Thí dụ 1. Tiết diện chữ nhật bxh= 20×40 cm^2 chịu uốn xiên (H.10.5), cho M_x = 8 kNm và M_y = 5 kNm. Chiều hệ trục chọn như h.10.5a



H.10.5a)

Ứng suất pháp tại B (x_B =+10 cm; y_B =- 20 cm)

+ Tính theo (10.3) như sau:

$$\sigma_B = \frac{800}{\frac{20(40)^3}{12}}(-20) + \frac{500}{\frac{40(20)^3}{12}}(10)\ \text{kN/cm}^2$$

+ Tính theo (10.4) như sau:

M_x gây kéo những điểm nằm dưới Ox và gây nén những điểm trên Ox;

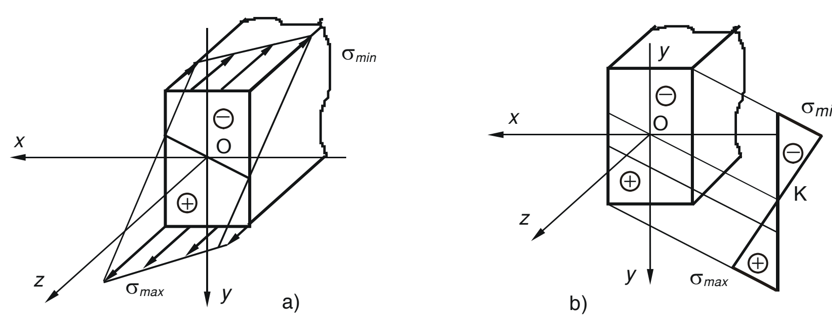
M_y gây kéo phía trái Oy và gây nén phía phải Oy.

Biểu diễn vùng kéo bằng dấu (+) và vùng nén bằng dấu (–) trên tiết diện (H.10.4a) ta có thể thấy, tại điểm B; M_x gây nén; M_y gây kéo.

$$\Rightarrow \qquad \sigma_B = -\frac{800}{\frac{20(40)^3}{12}}(20) + \frac{500}{\frac{40(20)^3}{12}}(10)\ \text{kN/cm}^2$$

3- Đường trung hòa và biểu đồ ứng suất

Công thức (10.3) là một hàm hai biến, nó có đồ thị là một mặt phẳng trong hệ trục *Oxyz*. Nếu biểu diễn giá trị ứng suất pháp σ_z cho ở (10.3) bằng các đoạn thẳng đại số theo trục *z* định hướng dương ra ngoài mặt cắt (H.10.6a), ta được một mặt phẳng chứa đầu mút các véctơ ứng suất pháp tại mọi điểm trên tiết diện, gọi là *mặt ứng suất* (H.10.6.a).



Hình 10.6

a) Mặt ứng suất; b) Biểu đồ ứng suất phẳng

Gọi giao tuyến của mặt ứng suất và mặt cắt ngang là **đường trung hòa**, ta thấy, ***đường trung hòa là một đường thẳng và là quỹ tích của những điểm trên mặt cắt ngang có trị số ứng suất pháp bằng không.***

Cho biểu thức $\sigma_z = 0$, ta được phương trình đường trung hòa:

$$\frac{M_x}{J_x}y + \frac{M_y}{J_y}x = 0 \Rightarrow y = -\frac{M_y}{M_x}.\frac{J_x}{J_y}.x \qquad (10.5)$$

Phương trình (10.5) có dạng y = ax, **đường trung hòa là một đường thẳng qua gốc tọa độ, và có hệ số góc tính theo công thức:**

$$tg\beta = -\frac{M_y}{M_x}.\frac{J_x}{J_y} \qquad (10.5)$$

Ta thấy:

- Đường trung hòa chia tiết diện làm hai miền: miền chịu kéo và miền chịu nén.

- Những điểm nằm trên những đường thẳng song song với đường trung hòa có cùng giá trị ứng suất.

- Càng xa đường trung hòa, trị số ứng suất của các điểm trên một đường thẳng vuông góc đường trung hòa tăng theo luật bậc nhất.

Dựa trên các tính chất này, có thể biểu diễn sự phân bố bằng biểu đồ ứng suất phẳng như sau.

Kéo dài đường trung hòa, vẽ đường chuẩn vuông góc với đường trung hoà tại K, ứng suất tại mọi điểm trên đường trung hòa ($\sigma_z = 0$) biểu diễn bằng điểm K trên đường chuẩn. Sử dụng phép chiếu thẳng góc, điểm nào có chân hình chiếu *x*a K nhất là những điểm chịu ứng suất pháp lớn nhất.

- Điểm *x*a nhất thuộc miền kéo chịu ứng suất kéo lớn nhất, gọi là σ_{max}.

- Điểm *x*a nhất thuộc miền nén chịu ứng suất nén lớn nhất, gọi là σ_{min}.

Tính σ_{max}, σ_{min} rồi biểu diễn bằng hai đoạn thẳng về hai phía của đường chuẩn rồi nối lại bằng đường thẳng, đó là biểu đồ ứng suất phẳng, trị số ứng suất tại mọi điểm của tiết diện trên đường thẳng song song với đường trung hoà chính là một tung độ trên biểu đồ ứng suất *x*ác định như ở (H.10.6.b).

4- Ứng suất pháp cực trị và điều kiện bền

● **Ứng suất pháp cực trị**: Gọi A(x_A, y_A) và B(x_B, y_B) là hai điểm xa đường trung hoà nhất về phía chịu kéo và chịu nén, công thức (10.4) cho:

$$\begin{aligned} \sigma_A &= \sigma_{max} = \frac{|M_x|}{J_x}|y_A| + \frac{|M_y|}{J_y}|x_A| \\ \sigma_B &= \sigma_{min} = -\frac{|M_x|}{J_x}|y_B| - \frac{|M_y|}{J_y}|x_B| \end{aligned} \qquad (10.6)$$

Đối với thanh có tiết diện chữ nhật (*b x h*), điểm *x*a đường trung hoà nhất luôn luôn là các điểm góc của tiết diện, khi đó:

$$|x_A| = |x_B| = \frac{h}{2}; \quad |y_A| = |y_B| = \frac{h}{2}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y}; \quad \sigma_{\min} = -\frac{|M_x|}{W_x} - \frac{|M_y|}{W_y} \qquad (10.7)$$

với: $$W_x = \frac{J_x}{h/2} = \frac{bh^2}{6}; \quad W_y = \frac{J_y}{b/2} = \frac{hb^2}{6}$$

- **Đối với thanh có tiết diện tròn**, khi tiết diện chịu tác dụng của hai mômen uốn M_x, M_y trong hai mặt phẳng vuông góc *yOz, xOz*, mômen tổng là M_u tác dụng trong mặt phẳng *vOz* cũng là mặt phẳng quán tính chính trung tâm , nghĩa là chỉ chịu uốn phẳng, do đó:

$$\sigma_{\max,\min} = \pm\frac{|M_u|}{W_u}; \quad M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}; \quad W_u = \frac{\pi.D^3}{32} \approx 0{,}1D^3 \qquad (10.8)$$

- **Điều kiện bền:** trên mặt cắt ngang của thanh chịu uốn xiên chỉ có ứng suất pháp, không có ứng suất tiếp, đó là trạng thái ứng suất đơn, hai điểm nguy hiểm là hai điểm chịu σ_{max}, σ_{min}, tiết diện bền khi hai điểm nguy hiểm thỏa điều kiện bền:

$$\sigma_{\max} \le [\sigma]_k; \quad |\sigma_{\min}| \le [\sigma]_n \qquad (10.9)$$

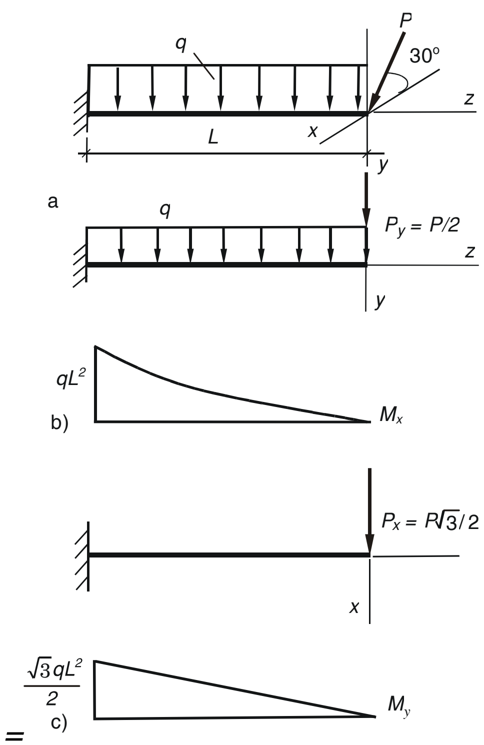
Đối với vật liệu dẻo: $[\sigma]_k = [\sigma]_n = [\sigma]$, điều kiện bền được thỏa khi:

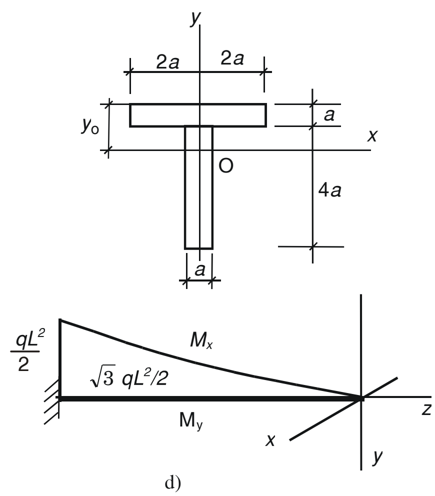
$$\max|\sigma_{\max}, \sigma_{\min}| \le [\sigma] \qquad (10.8)$$

Thí dụ 2. Một dầm tiết diện chữ T chịu lực như trên H.10.7.a. Vẽ biểu đồ nội lực, xác định đường trung hoà tại tiết diện ngàm, tính ứng suất σ_{max}, σ_{min}. Cho: $q = 4$ kN/m; $P = qL$; $L = 2$ m; $a = 5$ cm. Các đặc trưng của tiết diện chữ T được cho như sau: $y_o = 7a/4$, $J_x = 109a^4/6$; $J_y = 34a^4/6$.

Giải. Phân tích lực *P* thành 2 thành phần trên hai trục *x* và *y*, ta được:

$$P_x = P.\cos 30^0 = P\sqrt{3}/2 = qL\sqrt{3}/2; \qquad P_y = P.\sin 30^0 = P/2$$





Hình 10.7 *a) Sơ đồ tải trọng dụng lên thanh*
b) Xét thanh trong mặt phẳng vẽ biểu đồ M_x
c) Xét thanh trong mặt phẳng vẽ biểu đồ M_y
d) Biểu đồ nội lực không

Xét thanh chịu lực trong từng mặt phẳng riêng lẻ.

Trong mặt phẳng (*yOz*), hệ chịu lực phân bố và lực tập trung P_y, biểu đồ mômen vẽ trên H.10.7.b, theo quy ước, biểu đồ này là M_x. Tương tự, trong mặt phẳng (*xOz*), hệ chịu lực phân bố và lực tập trung P_y, biểu đồ mômen vẽ trên H.10.7.c, đó là M_y.

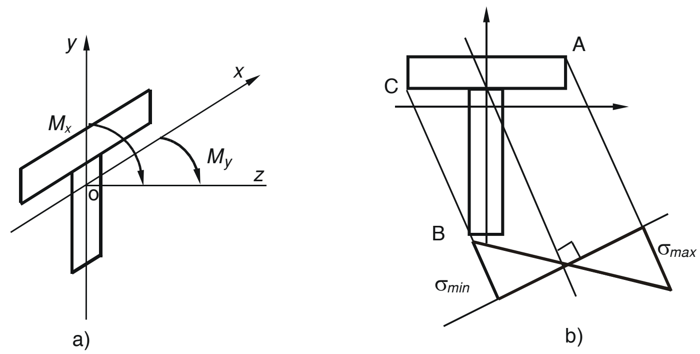
Phương trình đường trung hòa: $y = -\dfrac{M_y}{M_x}.\dfrac{J_x}{J_y}.x$ (a)

Tại tiết diện ngàm: $M_x = qL^2$; $M_y = \sqrt{3}\,qL^2/2$

Chiều M_x và M_y biểu diễn ở H.10.5.d, nếu chọn chiều dương của trục *x* và *y* như trên H.10.8.a thì trong (a), các mômen uốn dều có dấu +.

Ta có: $y = -\dfrac{\sqrt{3}qL^2/2}{qL^2}.\dfrac{109a^4/6}{34a^4/6}x = -2{,}77.x$ (b)

Biểu diễn tiết diện bằng hình phẳng theo tỷ lệ, từ (b) có thể vẽ chính xác đường trung hòa, áp dụng cách vẽ biểu đồ ứng suất, ta cũng vẽ được biểu đồ ứng suất phẳng (H.10.8.b).



Hình 10.8

a) Chọn chiều dương của trục x, y .

b) Đường trung hòa và biểu đồ ứng suất phẳng

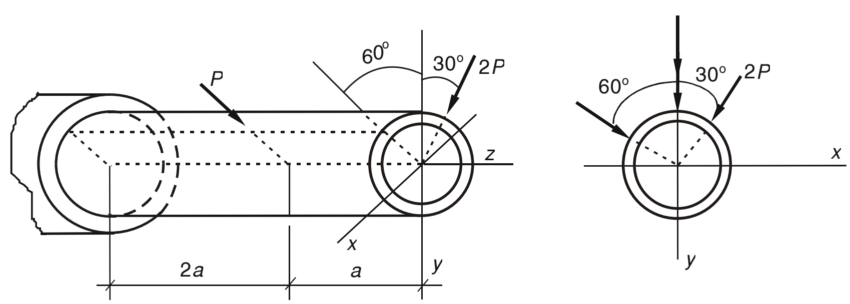
Dựa trên biểu đồ ứng suất ta có thể tìm thấy điểm chịu kéo nhiều nhất là điểm A($|x_A| = 2a, |y_A| = 7a/4$), điểm chịu nén nhiều nhất là điểm C($|x_B| = 2a, |y_B| = 3a/4$); điểm B($|x_B| = a/2, |y_B| = 13a/4$) có chân hình chiếu khá gần C, cần tính ứng suất tại đây.

Áp dụng công thức (10.4), ta có:

$$\sigma_A = \sigma_{max} = +\frac{qL^2}{I_x}(.\frac{7a}{4}) + \frac{\sqrt{3}qL^2/2}{I_y}(2a) = 5{,}145 \ \frac{kN}{cm^2}$$

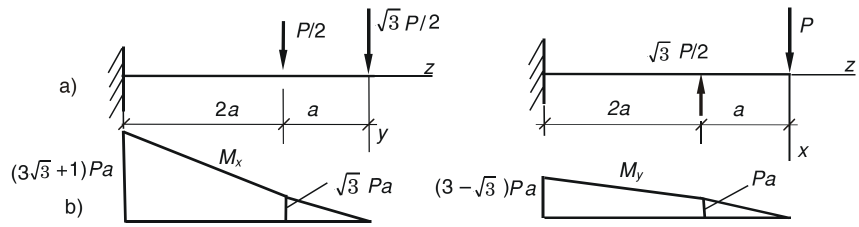
$$\sigma_C = \sigma_{min} = +\frac{qL^2}{I_x}(.\frac{3a}{4}) - \frac{\sqrt{3}qL^2/2}{I_y}(2a) = -3{,}384 \ \frac{kN}{cm^2}$$

Thí dụ 3. Một thanh tiết diện tròn rỗng chịu tác dụng của ngoại lực (H.10.9). Tính ứng suất pháp σ_{max}, σ_{min}, xác định đường trung hoà tại tiết diện ngàm.



Hình 10.9 *Thanh tiết diện tròn rỗng chịu tải trong hai mặt phẳng khác*

Giải. Phân tích lực $2P$ và lực P lên hai trục vuông góc x, y. Lần lượt xét sự làm việc của thanh trong từng mặt phẳng yOz, xOz, ta vẽ được biểu đồ mômen M_x, M_y tương ứng (H.10.10b).



***Hình 10.10** Biểu đồ mômen biểu diễn trong hai mặt phẳng vuông góc*

Với thanh tiết diện tròn, khi có hai mômen uốn M_x, M_y tác dụng trong hai mặt phẳng vuông góc yOz, xOz, ta có thể đưa về một mômen uốn phẳng M_u trong tác dụng mặt phẳng quán tính chính trung tâm *vOz*, với: M_u là mômen tổng của M_x và M_y.

Tại tiết diện ngàm, M_x, M_y có giá trị lớn nhất, ta có:

$$|M_u| = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = 9{,}475\ Pa$$

Theo công thức của uốn phẳng, ta được:

$$\sigma_{\max,\min} = \pm\frac{|M_u|}{W_u} = \pm\frac{9{,}745Pa}{\frac{\pi D^3}{32}\left(1-\frac{d^4}{D^4}\right)} = \pm\frac{9{,}745Pa}{\frac{\pi.10^3}{32}\left(1-\frac{8^4}{10^4}\right)} = \pm 8{,}41\ \frac{kN}{cm^2}$$

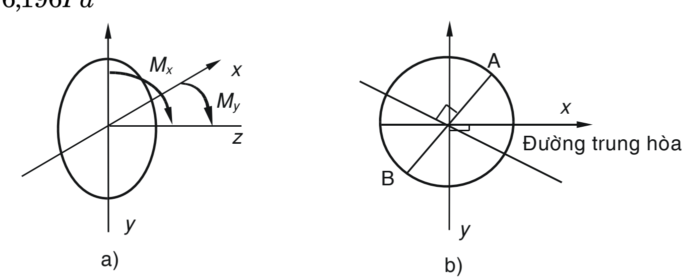
Phương trình đường trung hòa:

$$y = -\frac{M_y}{M_x}\cdot\frac{J_x}{J_y}\cdot x \qquad \text{(a)}$$

Tại tiết diện ngàm: $M_x = (3\sqrt{3}+1)Pa = 6{,}196Pa$

chiều M_x và M_y biểu diễn ở H.10.11.a, nếu chọn chiều dương của trục *x* và *y* về phía gây kéo của M_y và M_x (H.10.11.a) thì trong (a), giá trị của các mômen uốn lấy trị tuyệt đối.

Ta có: $y = \frac{1.268Pa}{6{,}196Pa}.(1).x = -0{,}204x$ (b)



Hình 10.11

a) Định hướng hệ trục x,y; b) Vẽ đường trung hoà trên hình phẳng

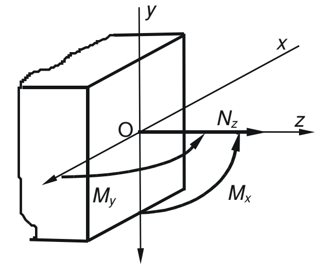
Đường trung hòa được vẽ trên hình phẳng (H.10.11b), nếu vẽ một đường thẳng qua tâm O, thẳng góc với đường trung hòa, giao điểm của đường này với chu vi là hai điểm chịu ứng suất kéo và nén lớn nhất.

10.3 THANH CHỊU UỐN CỘNG KÉO (HAY NÉN)

1- Định nghĩa

Thanh chịu uốn cộng kéo (hay nén) đồng thời khi trên các mặt cắt ngang có các thành phần nội lực là mômen uốn M_u và lực dọc N_z.

M_u là mômen uốn tác dụng trong mặt phẳng chứa trục *z*, luôn luôn có thể phân thành hai mômen uốn M_x và M_y trong mặt phẳng đối xứng *yOz* và *xOz* (H.10.11).



Hình 10.11 *Các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang*

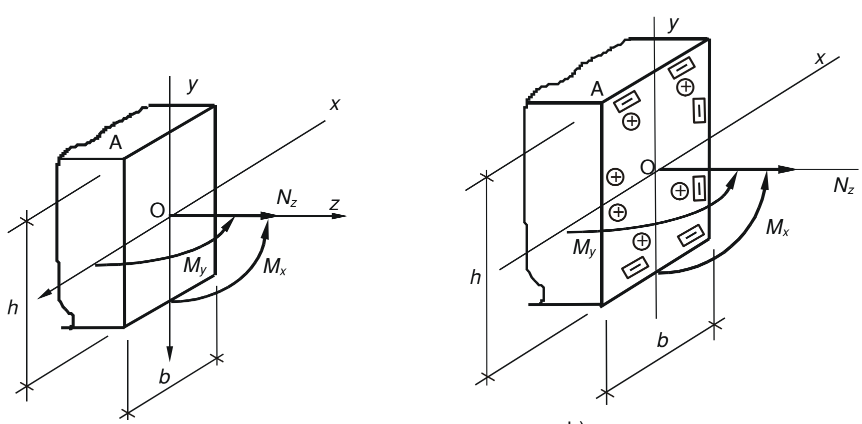
2- Công thức ứng suất pháp

Áp dụng nguyên lý cộng tác dụng, ta thấy bài toán đang xét là tổ hợp của thanh chịu uốn xiên và kéo (hay nén) đúng tâm. Do đó, tại một điểm bất kỳ trên mặt cắt ngang có tọa độ (*x,y*) chịu tác dụng của ứng suất pháp tính theo công thức sau:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x \qquad (10.9)$$

Ứng suất pháp gây kéo được quy ước dương.

Các số hạng trong công thức (10.9) là số đại số, ứng suất do N_z lấy (+) khi lực dọc là kéo và ngược lại lực nén lấy dấu trừ; ứng suất do M_x, M_y lấy dấu như trong công thức (10.1) của uốn xiên, *nếu định hướng trục y,x dương về phía gây kéo của M_x, M_y thì lấy theo dấu của y và x.*



Hình 10.12

a) Định hướng hệ trục x,y khi dùng công thức (9.9)
b) Định dấu cộng trừ khi dùng công thức (9.10)

Khi tính toán thực hành, ta cũng có công thức kỹ thuật:

$$\sigma_z = \pm \frac{|N_z|}{A} \pm \frac{|M_x|}{I_x}|y| \pm \frac{M_y}{I_y}|x| \qquad (10.10)$$

Trong công thức (10.10), ứng với mỗi số hạng, ta lấy dấu (+) nếu đại lượng đó gây kéo và ngược lại.

Ví dụ, đối với tiết diện trên H.10.12.a, cho M_x = 10 kNm; M_y = 5 kNm; N_z = 10 kN; $h = 2b$ = 40 cm, tính ứng suất tại A.

Sử dụng công thức (10.9), chọn chiều dương trục *x*,y như H.10.12.a, x_A = 10, y_A = –20, ta được:

$$\sigma_A = \frac{10}{20.40} + \frac{1000}{20.40^3 : 12}(-20) + \frac{500}{40.20^3 : 12}(10)$$

$$\sigma_A = 0{,}0125 - 0{,}1875 + 0{,}1875 = 0{,}0125 \text{ kN/cm}^2$$

Để áp dụng công thức (10.10), có thể biểu diễn tác dụng gây kéo, nén của các thành phần nội lực như ở (H.10.12.b), với $|x_A|$ =10, $|y_A|$ = 20, ta được:

$$\sigma_A = \frac{10}{20.40} - \frac{1000}{20.40^3 : 12}(20) + \frac{500}{40.20^3 : 12}(10)$$

$$\sigma_A = 0{,}0125 - 0{,}1875 + 0{,}1875 = 0{,}0125 \text{ kN/cm}^2$$

3- Đường trung hòa và biểu đồ ứng suất pháp

Tương tự như trong uốn xiên, có thể thấy rằng phương trình (10.9) là một hàm hai biến $\sigma_z = f(x,y)$, nếu biểu diễn trong hệ trục *Oxyz*, với O là tâm mặt cắt ngang và σ_z định hướng dương ra ngoài mặt cắt, thì hàm (10.9) biểu diễn một mặt phẳng, gọi là mặt ứng suất, giao tuyến của nó với mặt cắt ngang là đường trung hòa. Dễ thấy rằng, đường trung hoà là một đường thẳng chứa tất cả những điểm trên mặt cắt ngang có ứng suất pháp bằng không. Từ đó, cho σ_z = 0, ta có phương trình đường trung hòa:

$$y = -\frac{M_y}{M_x}\frac{I_x}{I_y}x - \frac{N_z}{A}\frac{I_x}{M_x} \qquad (10.11)$$

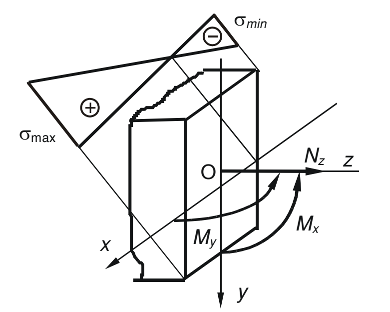
Phương trình (10.11) có dạng y = ax + b, đó là một đường thẳng không qua gốc tọa độ, cắt trục *y* tại tung độ $b = -\frac{N_z.I_x}{A.M_x}$.

Để sử dụng (10.11) thuận lợi, ta nên định hướng trục *x,y* như khi sử dụng công thức (10.9), còn N_z vẫn lấy dấu theo quy ước lực dọc.

Mặt khác, do tính chất mặt phẳng ứng suất, những điểm nằm trên những đường song song đường trung hòa có cùng giá trị ứng suất, những điểm *x*a đường trung hòa nhất có giá trị ứng suất lớn nhất, ứng suất trên một đường vuông góc với đường trung hòa thay đổi theo quy luật bậc nhất.

Rõ ràng đường trung hòa chia tiết diện thành hai miền, miền chịu ứng suất kéo và miền chịu ứng suất nén. Nhờ các tính chất này, có thể biểu diễn sự phân bố của ứng suất pháp trên mặt cắt ngang bằng *biểu đồ ứng suất phẳng* như sau.

Kéo dài đường trung hòa ra ngoài tiết diện, vẽ đường chuẩn vuông góc với đường kéo dài tại điểm O, đó cũng là điểm biểu diễn giá trị ứng suất pháp tại mọi điểm trên đường trung hòa. Sử dụng phép chiếu thẳng góc, chiếu mọi điểm trên những đường song song đường trung hòa lên đường chuẩn, điểm có chân hình chiếu xa O nhất chịu ứng suất pháp lớn nhất.



Hình 10.13 *Định hướng hệ trục x,y khi dùng công thức 9.11*

Điểm *xa* nhất về miền kéo chịu ứng suất kéo lớn nhất, gọi là σ_{max}, điểm *xa* nhất về miền nén chịu ứng suất nén lớn nhất, gọi là σ_{min}. Biểu diễn giá trị σ_{max}, σ_{min} bằng các tung độ về hai phía đường chuẩn rồi nối chúng lại bằng đường thẳng, ta được biểu đồ ứng suất phẳng (H.10.13).

4. Ứng suất pháp cực trị và điều kiện bền

Gọi A(x_A,y_A) và B(x_B,y_B) là hai điểm xa đường trung hoà nhất về miền kéo và về miền nén, áp dụng (10.10), ta có công thức tính ứng suất pháp cực trị.

$$\begin{aligned}\sigma_A &= \sigma_{\max} = \pm\frac{|N_z|}{A} + \frac{|M_x|}{I_x}|y_A| + \frac{|M_y|}{I_y}|x_A| \\ \sigma_B &= \sigma_{\min} = \pm\frac{|N_z|}{A} - \frac{|M_x|}{I_x}|y_B| - \frac{|M_y|}{I_y}|x_B|\end{aligned} \qquad (10.12)$$

Theo (10.12), ta thấy, khi ứng suất do lực dọc trái dấu với ứng suất do M_x, M_y và có trị số lớn hơn tổng trị số tuyệt đối các ứng suất do M_x, M_y, đường trung hoà nằm ngoài mặt cắt, trên mặt cắt ngang chỉ có ứng suất một dấu (chỉ chịu kéo hoặc chỉ chịu nén).

- *Với thanh có tiết diện chữ nhật*, các điểm nguy hiểm A, B luôn luôn là các điểm góc của tiết diện:

$$|x_A| = |x_B| = b/2; \quad |y_A| = |y_B| = h/2$$

$$\begin{aligned}\sigma_A &= \sigma_{\max} = \pm\frac{|N_z|}{A} + \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y} \\ \sigma_B &= \sigma_{\min} = \pm\frac{|N_z|}{A} - \frac{|M_x|}{W_x} - \frac{|M_y|}{W_y}\end{aligned} \qquad (10.13)$$

- *Thanh có tiết diện tròn*, mômen tổng của M_x, M_y là M_u gây uốn thuần túy phẳng, khi đó ta có công thức tính ứng suất pháp cực trị:

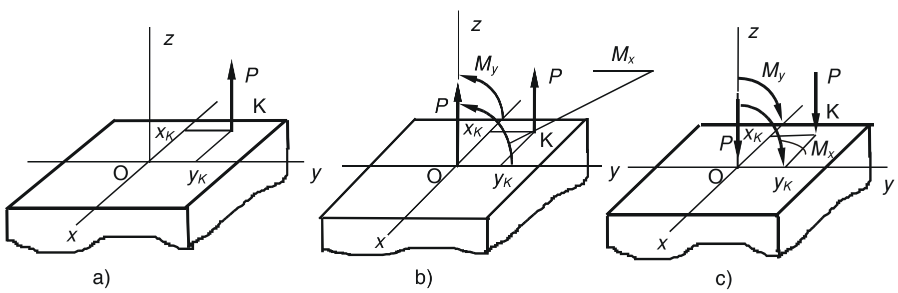
$$\sigma_A = \sigma_{max} = \pm\frac{|N_z|}{A} + \frac{|M_u|}{W_u}$$
$$\sigma_B = \sigma_{min} = \pm\frac{|N_z|}{A} - \frac{|M_u|}{W_u} \qquad (10.13)$$
$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

Thanh chịu uốn cộng kéo hay nén đồng thời chỉ gây ra ứng suất pháp trên mặt cắt ngang, tại điểm nguy hiểm, phân tố ở trạng thái ứng suất đơn, do đó điều kiện bền của thanh là:

$$\sigma_{max} \le [\sigma]_k; \quad |\sigma_{min}| \le [\sigma]_n \qquad (10.14)$$

5- Thanh chịu kéo hay nén lệch tâm

Thanh chịu kéo hay nén lệch tâm khi ngoại lực hay nội lực tác dụng trên mặt cắt ngang tương đương một lực P song song trục thanh mà không trùng với trục thanh. Nếu lực P này hướng vào mặt cắt, thanh chịu nén lệch tâm, ngược lại, nếu lực P hướng ra, thanh chịu kéo lệch tâm (H.10.14.a).



Hình 10.14

a) Tiết diện bị kéo lệch tâm; b) Dời lực về tâm tiết diện

Trong thực tế, bài toán nén lệch tâm rất thường gặp trong tính toán cột, móng nhà công nghiệp hay dân dụng, trong tính toán trụ, móng cẩu tháp...

Áp dụng nguyên lý dời lực, đưa lực kéo hay nén lệch tâm về tâm tiết diện, ta có thể chứng minh hai trường hợp này thực chất là bài toán uốn cộng kéo hay nén đồng thời. Trên H.10.14.a, gọi K(x_K, y_K) là điểm đặt lực lệch tâm *P*, dời về tâm O, ta có:

$N_z = \pm|P|$, lấy (+) khi *P* là lực kéo, ngược lại, lấy (–).

$$M_x = P.y_K \qquad (10.15)$$
$$M_y = P.x_K$$

Chiều của mômen lấy theo nguyên lý dời lực.

Do đó, tất cả công thức đã được thiết lập cho bài toán uốn cộng kéo hay nén đồng thời đều áp dụng được cho bài toán kéo hay nén lệch tâm.

6- Lõi tiết diện

Đối với thanh chịu kéo hay nén lệch tâm, phương trình đường trung hoà có thể viết ở dạng khác. Cho biểu thức σ_z trong (10.9) bằng không, ta được phương trình đường trung hòa:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x = 0$$

Thay : $M_x = N_z . y_K ; \quad M_y = N_z . x_K$

$$\frac{N_z}{A} + \frac{N_z . y_K}{I_x} y + \frac{N_z x_K}{I_y} x = 0$$

$$\frac{N_z}{A} [1 + \frac{y_K . F}{I_x} y + \frac{x_K . F}{I_y} x] = 0$$

Đặt : $i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} ; \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$

$$1 + \frac{y_K . y}{i_x^2} + \frac{x_K . x}{i_y^2} = 0$$

Đặt: $$a = -\frac{i_y^2}{x_K} ; \quad b = -\frac{i_x^2}{y_K} \qquad (10.16)$$

Ta thu được dạng khác của *phương trình đường trung* hòa :

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \qquad (10.17)$$

Từ (10.16), (10.17), ta thấy đường trung hoà có các tính chất sau:

- Đường trung hoà cắt trục *x* tại *a* và trục tung tại *b*.

- Đường trung hoà không bao giờ qua phần tư chứa điểm đặt lực K vì *a* và *b* luôn trái dấu với x_K, y_K.

- Điểm đặt lực tiến gần tâm O của tiết diện thì đường trung hòa rời *x*a tâm vì x_K, y_K giảm thì *a, b* tăng.

- Khi đường trung hòa nằm ngoài tiết diện, trên tiết diện chỉ chịu ứng suất một dấu: kéo hoặc nén.

Gọi *lõi tiết diện* là khu vực bao quanh tâm sao cho khi lực lệch tâm đặt trong phạm vi đó thì đường trung hoà hoàn toàn nằm ngoài tiết diện.

Với một thanh chịu kéo hay nén lệch tâm, việc *x*ác định lõi tiết diện có *ý* nghĩa thực tiễn. Trong thực tế có nhiều loại vật liệu chỉ chịu nén tốt như gạch, đá, gang, bêtông không thép..., nếu chúng chịu nén lệch tâm mà lực nén đặt ngoài lõi tiết diện, ứng suất kéo phát sinh có thể lớn hơn khả năng chịu kéo của chúng, khi đó vật liệu sẽ bị phá hoại, để tận dụng tốt khả năng chịu lực của vật liệu cần thiết kế đặt lực nén trong lõi tiết diện.

Có thể *x*ác định lõi tiết diện theo cách sau:

Giả sử đường trung hòa tiếp xúc một cạnh tiết diện, từ (10.17) ta viết được phương trình đường trung hòa, rồi từ (10.16) ta suy ra tọa độ điểm đặt lực K tương ứng với vị trí đường trung hòa. Áp dụng cách tương tự đối với tất cả các cạnh còn lại, nối vị trí các điểm đặt lực, ta được lõi tiết diện. Để *ý* rằng, dù tiết diện là đa giác lõm thì lõi tiết diện luôn là một đa giác lồi.

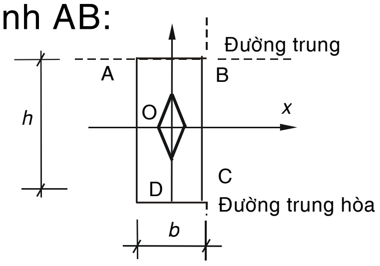
Ví dụ: tiết diện chữ nhật (H.10.15).

Khi đường trung hòa trùng cạnh AB:

$$\frac{x}{\infty}+\frac{y}{h/2}=1$$

$$-\frac{i_y^2}{x_K}=\infty\Rightarrow x_K=0$$

$$-\frac{i_x^2}{y_K}=\frac{h}{2}\Rightarrow y_K=-\frac{h^2}{12.\frac{h}{2}}=-\frac{h}{6}$$



Hình *Lõi tiết diện chữ nhật*

Khi đường trung hòa trùng cạnh BC:

$$\frac{x}{b/2}+\frac{y}{\infty}=1$$

$$-\frac{i_y^2}{x_K}=\frac{b}{2}\Rightarrow x_K=-\frac{b^2}{12.b/2}=-\frac{b}{6}$$

$$-\frac{i_x^2}{y_K}=\infty\Rightarrow y_K=0$$

Do tính đối *x*ứng của tiết diện, khi đường trung hoà trùng cạnh CD, AD, ta *x*ác định hai điểm K tương ứng có tọa độ lần lượt là:

$$x_K=0;\ \ y_K=\frac{h}{6}\text{ và }x_K=\frac{b}{6};\ \ y_K=0$$

Nối các điểm K, ta được lõi tiết diện của tiết diện chữ nhật là một hình thoi có đỉnh trên trục *x*,*y* (H.10.15).

- Tiết diện tròn (H.10.16)

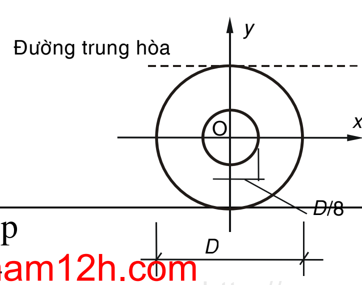
Khi đường trung hòa là một tiếp tuyến với đường tròn tại A:

$$\frac{x}{\infty}+\frac{y}{D/2}=1$$

$$-\frac{i_y^2}{x_K}=\infty\Rightarrow x_K=0;\quad -\frac{i_x^2}{y_K}=D/2$$

$$\Rightarrow y_K=-\frac{\pi.D^4}{64.\frac{\pi.D^2}{4}\frac{D}{2}}=-\frac{D}{8}$$

Do tính đối xứng của tiết diện, ta thấy lõi

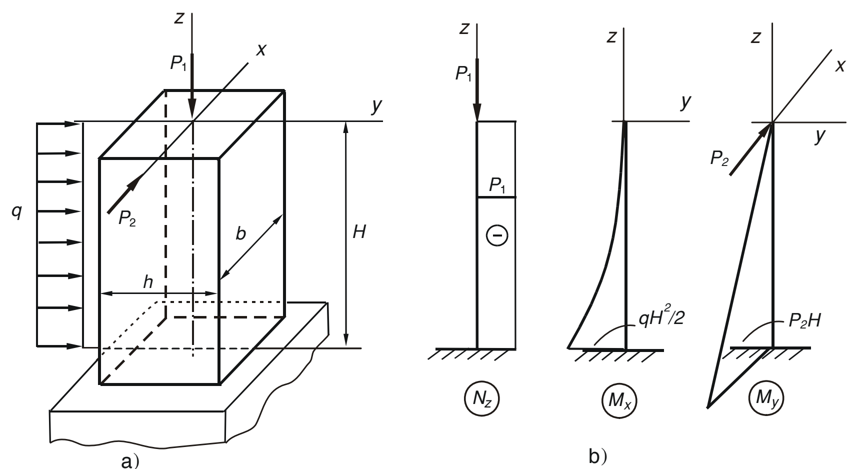


Hình *Lõi tiết diện*

tiết diện là một đường tròn đồng tâm đường kính D/8.

Ví dụ 10.3 Một thanh tiết diện chữ nhật (b.h), chịu tác dụng của ngoại lực như H.10.17.a. Vẽ biểu đồ nội lực, tính σ_{max}, σ_{min}. xác định đường trung hòa tại ngàm.

Cho: q = 5 kN/m, P_1 = 100 kN, P_2 = 6 kN, H = 6 m, $h = 2b$ = 40 cm.



Hình 10.17

a) Thanh chịu nén cộng uốn; b) Biểu đồ nội lực

Giải:

Biểu đồ nội lực do từng nguyên nhân gây ra được vẽ trên H.10.17.b.

Tại ngàm, nội lực có giá trị lớn nhất:

$$N_z = -P_1 \text{ (nén)}; \quad M_x = qH^2/2; \quad M_y = P_2.H$$

Áp dụng công thức (10.12):

$$\sigma_{max,min} = -\frac{P_1}{A} \pm \frac{q.H^2/2}{W_x} \pm \frac{P_2.H}{W_y}$$

Thay số, ta được:

$$\sigma_{max,min} = -\frac{100}{20.40} \pm \frac{5.6^2.100}{2.\dfrac{20.40^2}{6}} \pm \frac{6.6\ .100}{\dfrac{40.20^2}{6}}$$

$$= -0.125 \pm 1{,}687 \pm 1{,}350 = \pm \begin{matrix} 2{,}912\text{kN/cm}^2 \\ 3{,}162\ \text{kN/cm}^2 \end{matrix}$$

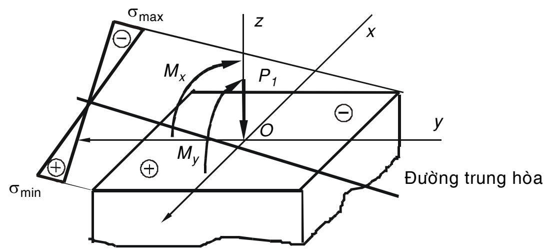
Phương trình đường trung hòa:

$$y = -\frac{M_y}{M_x}\frac{I_x}{I_y}.x - \frac{N_z}{A}.\frac{I_x}{M_x} \qquad \text{(a)}$$

Chọn hệ trục y,x dương về phía gây kéo của M_x và M_y, thay số vào (a) ta được:

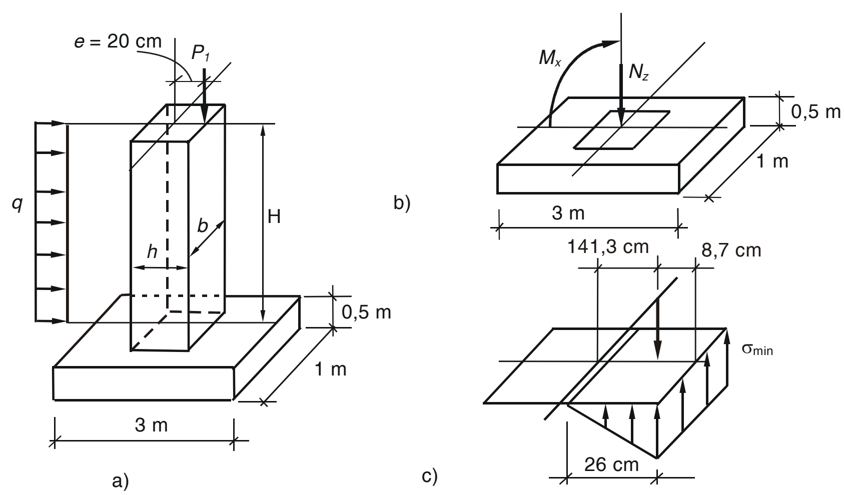
$$y = -\frac{6.6}{5.\frac{6^2}{2}}\,\frac{20.40^3/12}{40.20^3/12}.x - \frac{-100}{20.40}.\frac{20.40^3/12}{5.\frac{6^2}{2}.100} = -1{,}6x + 1{,}48$$

Đường trung hoà và biểu đồ ứng suất được vẽ trên H.10.18.



Hình 10.18 *Đường trung hoa của thanh chịu nén uốn*

Ví dụ 10.4 Một cột chịu nén lệch tâm và lực đẩy của gió như H.10.19.a. *x*em chân cột bị ngàm. Tính σ_{max}, σ_{min}. Nếu khối móng có kích thước 1m×3m×0,5m được đặt như H.10.19.a, hãy tính áp lực lớn nhất trên nền đất. Cho: P_1 = 50 kN; q = 4 kN/m; H = 6 m; $h = 2b$ = 40 cm; γ = 25 kN/m^3.



Hình 10.19 *a) Cột chịu nén lệch tâm*
b) Nội lực tại tiết diện chân cột; c) Biểu đồ áp lực lên nền đất

Nội lực lớn nhất tại tiết diện ngàm:

$$N_z = -P_1 = -50 \text{ kN (nén)}$$

$$M_x = P_1.e + qH^2/2 = 50.20 + 4.6^2.100/2 = 8200 \text{ kN.cm}$$

Áp dụng công thức (10.12), ứng suất pháp lớn nhất:

$$\sigma_{max,min} = -\frac{P_1}{A} \pm \frac{q.H^2/2 + P_1.e}{W_x} =$$

$$\sigma_{max,min} = -\frac{50}{20.40} \pm \frac{8200}{20.40^2/6} = -0{,}0625 \pm 1{,}537 = \pm\frac{1{,}47}{1{,}60}\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Dời lực về đáy móng, kể thêm trọng lượng bản thân móng và mômen do lực cắt qH, ta được:

$N_z = -50 - 25.0,5.2.1 = -75$ kN (nén)

$M_x = 10600$ kNcm.

Tại đáy móng, nếu vật liệu vẫn liên tục, ta có phương trình đường trung hòa:

$$y = -\frac{N_z}{A}\frac{I_x}{M_x} = -\frac{-75}{100.300}\cdot\frac{100.300^3}{12.10600} = 53{,}07 \text{ cm}$$

Theo (10.12), ta có ứng suất pháp lớn nhất:

$$\sigma_{\max,\min} = -\frac{75}{100.300} \pm \frac{10600}{100.300^2/6} = \pm\frac{0{,}0045}{0{,}0095}\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Thực tế, tại đáy móng, vật liệu là đất chỉ chịu nén, không thể chịu ứng suất kéo, do đó, để đảm bảo điều kiện cân bằng, hợp lực của phản lực nền phải cân bằng với ngoại lực tác dụng.

Ngoại lực tại mặt đáy móng gồm một lực nén 75 kN và một mômen M_x = 10600 kNcm tương đương một lực nén 75 kN lệch tâm đặt trên trục y với độ lệch tâm là e = 10600/75 =141,3 cm, đặt cách mép chịu nén lớn nhất là 150 –141,3 = 8,7 cm.

Để cân bằng với lực này, hợp lực của phản lực nền phải đối đẳng với lực nén 75 kN, giả sử *phản lực nền phân bố theo quy luật bậc nhất*, phản lực nền phải phân bố trên một diện tích mặt móng 100 × (3 × 8,7) = 100 × 26 cm^2 tính từ mép chịu nén lớn nhất (H10.19.c).

Điều kiện cân bằng cho:

$\sigma_{\min}.100.26/2 = 75 \;\Rightarrow\; \sigma_{\min} = 0{,}0577$ kN/cm^2 = 5,77 kG/cm^2

Kết quả này cho thấy, do mặt đế móng không được thiết kế sử dụng toàn bộ diện tích mặt móng nên ứng suất nén truyền lên nền tăng lên, móng thiết kế không hợp lý.

10.4 UỐN CỘNG XOẮN

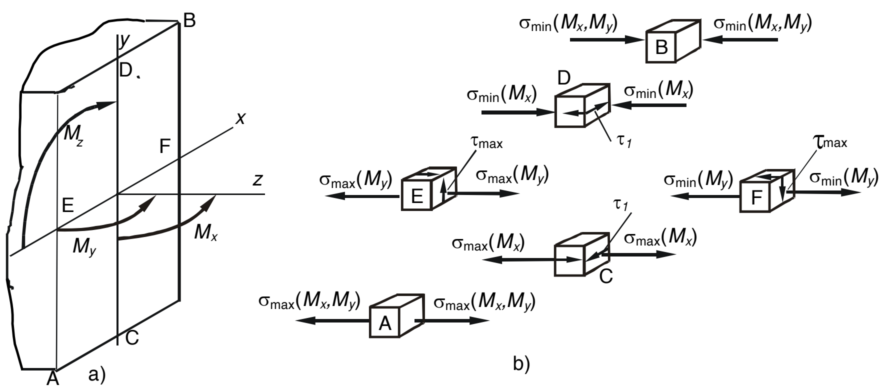
1- Định nghĩa

Thanh chịu uốn cộng xoắn khi trên các mặt cắt ngang có tác dụng đồng thời của mômen uốn M_u trong mặt phẳng chứa trục thanh và mômen xoắn M_z.

2- Thanh tiết diện chữ nhật

Uốn *x*oắn thanh tiết diện chữ nhật thường gặp trong công trình dân dụng như lanh tô đỡ ô văng, dầm chịu lực ngoài mặt phẳng đối *x*ứng, thanh chịu uốn trong hệ không gian...

Xét một tiết diện chữ nhật chịu uốn xoắn (H.10.20) trong đó mômen uốn M_u đã được phân tích thành hai mômen uốn M_x, M_y trong các mặt phẳng quán tính chính trung tâm *yOz, xOz*.



Hình 10.20 *a) Các thành phần nội lực của thanh chịu uốn cộng xoắn*
b) Trạng thái ứng suất của các phân tố

Áp dụng nguyên lý cộng tác dụng và lý thuyết về uốn, về xoắn, ta được các kết quả như sau (H.10.20.b):

Tại các góc tiết diện (A,B), chỉ có ứng suất pháp lớn nhất do M_x,M_y, phân tố ở trạng thái ứng suất đơn:

$$\sigma_{\max,\min} = \pm\frac{|M_x|}{W_x} \pm \frac{|M_y|}{W_y} \qquad (10.19)$$

Điều kiện bền: $\sigma_{\max} \le [\sigma]_k; \quad |\sigma_{\min}| \le [\sigma]_n$

Tại điểm giữa cạnh ngắn (C,D), chịu ứng suất pháp lớn nhất do M_x và ứng suất tiếp τ_1 do M_z, phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng:

$$\sigma_{\max,\min} = \pm\frac{|M_x|}{W_x}; \quad \tau_1 = \gamma\tau_{\max} \qquad (10.20)$$

Điều kiện bền:

Theo thuyết bền thứ 3: $\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma]$

Theo thuyết bền thứ 4: $\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \le [\sigma]$

Tại điểm giữa cạnh dài (E,F), chịu ứng suất pháp lớn nhất do M_y và ứng suất tiếp $\tau_{1\max}$ do M_z, phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng:

$$\sigma_{\max,\min} = \frac{|M_y|}{W_y}; \quad \tau_{\max} = \frac{M_z}{\alpha.h.b^2} \qquad (10.21)$$

Điều kiện bền:

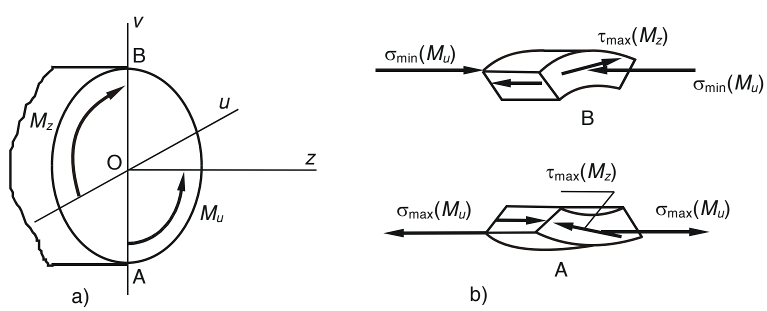
Theo thuyết bền thứ 3: $\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$

Theo thuyết bền thứ 4: $\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$

3- Tiết diện tròn

Thanh tiết diện tròn chịu uốn xoắn đồng thời rất thường gặp khi tính trục truyền động vì quá trình truyền tác dụng xoắn qua các puli luôn kèm theo tác dụng uốn do lực căng dây đai, do trọng lượng bản thân trục, puli...

Xét một thanh tiết diện tròn chịu tác dụng của mômen uốn M_u và mômen xoắn M_z (H.10.21.a). Nếu có nhiều ngoại lực gây uốn tác dụng trong những mặt phẳng khác nhau, ta luôn luôn có thể phân tích chúng thành các thành phần tác dụng trong hai mặt phẳng vuông góc *yOz, xOz*, từ đó xác định M_x, M_y, sau đó xác định mômen tổng $M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$.



Hình 10.21 *a) Thanh tiết diện tròn chịu uốn xoắn*
b) Trạng thái ứng suất phân tố

Áp dụng nguyên lý cộng tác dụng và lý thuyết về uốn, về xoắn, ta được các kết quả như sau (H.10.21.b):

Dưới tác dụng của mômen uốn M_u, hai điểm A,B chịu ứng suất pháp lớn nhất $\sigma_{\max}$, $\sigma_{\min}$, ngoài ra, do tác dụng của mômen xoắn M_z, tại hai điểm A, B còn chịu ứng suất tiếp $\tau_{\max}$, đó là hai điểm nguy hiểm nhất trên tiết diện.

Ta có: $$\sigma_{\max,\min} = \pm\frac{|M_u|}{W_u}; \quad M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \qquad (10.22)$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p}$$

Phân tố đang xét vừa chịu ứng suất pháp vừa chịu ứng suất tiếp, đó là phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng.

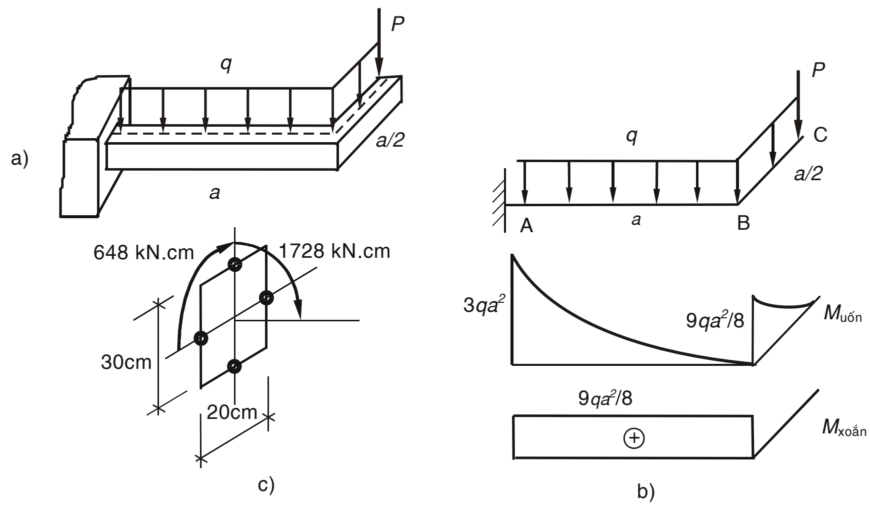
Điều kiện bền:

Theo thuyết bền thứ 3:

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$$

Theo thuyết bền thứ 4:

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$$



Hình 10.22 *a) Khung chịu uốn với tải trọng thẳng góc mặt phẳng khung*

b) Sơ đồ tính khung và biểu đồ nội lực không gian vẽ theo nguyên lý cộng tác dụng

c) Các điểm nguy hiểm trên tiết diện

Ví dụ 10.5 Một thanh gẫy khúc ABC tiết diện chữ nhật (20cm × 30cm) chịu tác dụng của tải trọng như H.10.22.a. Vẽ biểu đồ nội lực, kiểm tra điều kiện bền tại tiết diện ngàm. Cho: q = 4 kN/m; $P = 2qa$; a = 1,2 m; $[\sigma]$ = 1 kN/cm^2.

Giải. Biểu đồ nội lực được vẽ trên H.10.22.b, tại tiết diện ngàm chịu nội lực lớn nhất (H.10.22.c):

$$M_x = 3qa^2 = 3.4.(1,2)^2.100 = 1728 \text{ kN.cm}$$

$$M_z = 9qa^2/8 = 9.4.(1,2)^2.100/8 = 648 \text{ kN.cm}$$

Tại trung điểm cạnh ngắn, phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{1728}{20.30^2/6} = 0{,}576 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_1 = \gamma.\tau_{max} = \gamma.\frac{M_z}{\alpha.h.b^2} = 0{,}859.\frac{648}{0{,}231.30.20^2} = 0{,}2 \text{ kN/cm}^2$$

Điều kiện bền:

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{0{,}576^2 + 4.0{,}2^2} = 0{,}7\ \text{kN/cm}^2 < [\sigma] = 1\ \text{kN/cm}^2$$

Tại trung điểm cạnh dài, phân tố ở trạng thái trượt thuần túy:

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{\alpha.hb^2} = \frac{648}{0{,}231.30.20^2} = 0{,}233\ \text{kN/cm}^2$$

Điều kiện bền: $\tau_{\max} = 0{,}233\ kN/cm^2 < [\sigma]/2 = 0{,}5\ kN/cm^2$

Ví dụ 10.6 Một trục tròn đường kính d, mang pu li chủ động đường kính D_1 và pu li bị động đường kính D_2. Mô tơ truyền lực kéo T_1 lên một nhánh dây đai của pu li D_1 làm quay trục, kéo theo pu li D_2. Coi hiệu suất truyền là 1, lực kéo trên một nhánh dây đai D_2 là $T_2 = T_1.D_1/D_2$. Ngoài ra, giả sử lực căng ban đầu trên dây đai bằng nửa lực kéo tác dụng lên dây đai. Tính đường kính trục d (H.10.23.a).

Cho: trọng lượng pu li $G_1 = G_2 = 1$ kN; $D_1 = 50$ cm; $D_2 = 30$ cm; $T_1 = 5$ kN; $[\sigma] = 12$ kN/cm^2. Bỏ qua trọng lượng bản thân của trục.

Giải. Lực căng ban đầu trên dây đai của pu li D_1 là: $T_1/2 = 5/2 = 2{,}5$ kN

Lực kéo truyền lên dây đai D_2 là: $T_2 = T_1.D_1/D_2 = 5.50/30 = 8{,}33$ kN

Lực căng ban đầu trên dây đai D_2 là: $T_2/2 = 8{,}33/2 = 4{,}17$ kN

Dời lực trên dây đai về tâm của trục, ta có thể đưa ra sơ đồ tính của trục như trên H.10.23.b. Biểu đồ mômen uốn M_x, M_y và mômen xoắn M_z vẽ ở H.10.23.c.

Tại tiết diện đặt pu li D_2 chịu nội lực lớn nhất:

$M_x = 20$ kN.cm, $M_y = 150$ kN.cm; $M_z = 125$ kN.cm.

Mômen uốn tổng $M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = 151{,}32$ kN.cm gây ra ứng suất pháp lớn nhất là:

$$\sigma_z = \frac{M_u}{W_u} = \frac{151{,}32}{\pi.D^3/32} = \frac{1542{,}1}{D^3}$$

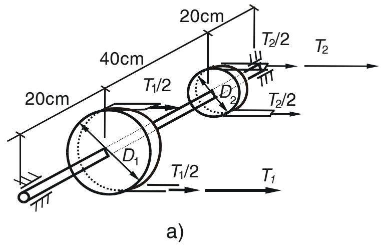
Mômen xoắn $M_z = 125$ kNcm gây ra ứng suất tiếp lớn nhất là:

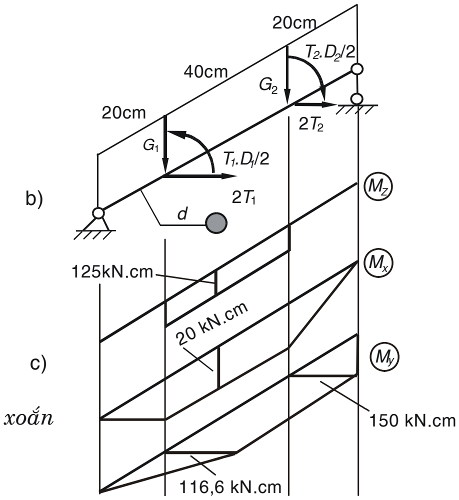
$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{125}{\pi.D^3/16} = \frac{636{,}9}{D^3}$$

Điều kiện bền theo thuyết bền thứ ba: $\sqrt{\sigma^2 + 4.\tau^2} \le [\sigma]$

Ta có: $\sqrt{\frac{1542{,}1^2}{(D^3)^2} + 4.\frac{636{,}9^2}{(D^3)^2}} \le [\sigma] \Rightarrow \frac{2000}{D^3} \le [\sigma] \Rightarrow D \ge 5{,}5\ \text{cm}$

Có thể chọn đường kính trục là 55 mm.





Hình 10.23
a) Trục tiết diện tròn chịu uốn cộng xoắn
b) Sơ đồ tính trục
c) Biểu đồ nội lực

10.5 THANH CHỊU LỰC TỔNG QUÁT

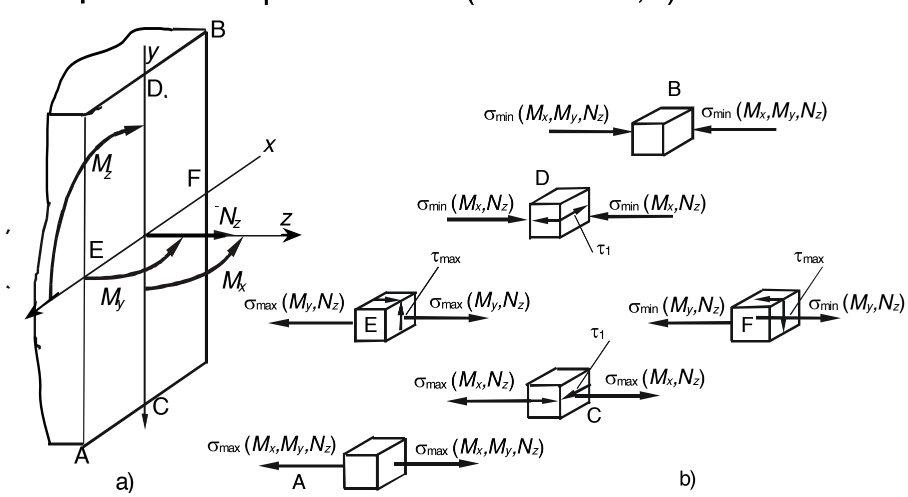
1. Định nghĩa

Thanh chịu lực tổng quát khi trên các mặt cắt ngang có tác dụng của lực dọc N_z, mômen uốn M_u và mômen xoắn M_z.

Thanh chịu lực tổng quát thường gặp khi tính các thanh chịu lực theo sơ đồ không gian.

1- Thanh có tiết diện chữ nhật

Áp dụng nguyên lý cộng tác dụng và lý thuyết về kéo (nén), về uốn, và về xoắn, ta được các kết quả như sau (H.10.24.a,b):



Hình 10.24 *a) Các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang*
b) Trạng thái ứng suất của các phân tố

Tại các góc tiết diện, chỉ có ứng suất pháp do N_z, M_x, M_y, phân tố ở trạng thái ứng suất đơn:

$$\sigma_{\max,\min} = \pm\frac{|N_z|}{A} \pm \frac{|M_x|}{W_x} \pm \frac{|M_y|}{W_y} \qquad (10.23)$$

Điều kiện bền: $\sigma_{\max} \le [\sigma]_k$; $|\sigma_{\min}| \le [\sigma]_n$

Tại điểm giữa cạnh dài, phân tố vừa chịu ứng suất pháp lớn nhất do M_y và lực dọc N_z, vừa chịu ứng suất tiếp lớn nhất do M_z, đó là phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng:

$$\sigma_{\max,\min} = \pm\frac{|N_z|}{A} \pm \frac{|M_y|}{W_y}; \quad \tau_{\max} = \frac{M_z}{\alpha h b^2} \qquad (10.24)$$

Điều kiện bền:

Theo thuyết bền thứ 3: $\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma]$

Theo thuyết bền thứ 4: $\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \le [\sigma]$ (10.25)

Tại điểm giữa cạnh ngắn, phân tố vừa chịu ứng suất pháp lớn nhất do M_x và lực dọc N_z, vừa chịu ứng suất tiếp do M_z, phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng:

$$\sigma_{\max,\min} = \pm\frac{|N_z|}{A} \pm \frac{|M_x|}{W_x}; \quad \tau_1 = \gamma\tau_{\max} \qquad (10.26)$$

Điều kiện bền:

Theo thuyết bền thứ 3: $\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma]$

Theo thuyết bền thứ 4: $\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \le [\sigma]$

2- Thanh có tiết diện tròn *(H.10.25.a,b)*

Điểm nguy hiểm nằm trên chu vi, đó là hai điểm A,B. hai điểm này vừa chịu ứng suất pháp lớn nhất do mômen M_u và lực dọc N_z, vừa chịu ứng suất tiếp lớn nhất do M_z, phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng.

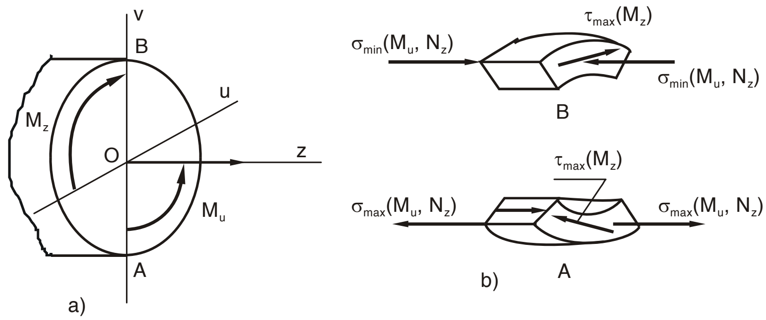
$$\sigma_{\max,\min} = \pm\frac{|N_z|}{A} \pm \frac{|M_u|}{W_u}; \quad M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \qquad (10.27)$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p} \qquad (10.28)$$

Điều kiện bền:

Theo thuyết bền thứ 3: $\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma]$

Theo thuyết bền thứ 4: $\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \le [\sigma]$



Hình 10.25

a) Các thành phần nội lực
b) Trạng thái ứng suất của các phân tố

Ví dụ 10.7 Có một thanh tiết diện tròn đường kính *D* chịu một hệ lực không gian như trên H.10.26.a. Vẽ biểu đồ nội lực. *x*ác định đường kính *D*.

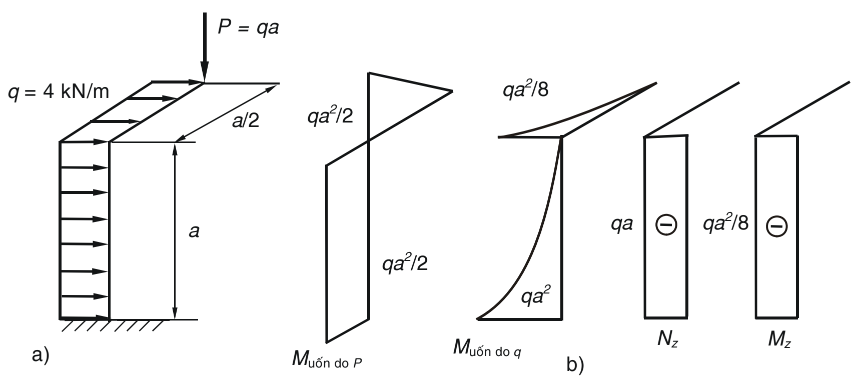
Cho: $q = 4$ kN/m; $P = qa$; $a = 4$ m; $[\sigma] = 16$ kN/cm^2.

Giải. Biểu đồ nội lực được vẽ ở H.10.26.b.

Tại ngàm tiết diện chịu nội lực lớn nhất:

$N_z = qa = 4.4 = 16$ kN (nén); $M_x = qa^2 = 4.4^2.100 = 6400$ kN.cm

$M_y = qa^2/2 = 4.4^2.100/2 = 3200$ kN.cm; $M_z = qa^2/8 = 4.4^2.100/8 = 800$ kN.cm



Hình 10.26 *a) Sơ đồ tính thanh chịu lực phức tạp*
b) Biểu đồ nội lực vẽ theo nguyên lý cộng tác dụng

Ứng suất pháp lớn nhất:

$$|\sigma|_{max} = \frac{|N_z|}{A} + \frac{|M_u|}{W_u}$$

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{6400^2 + 3200^2} = 7155{,}41 \text{ kN.cm}$$

$$|\sigma|_{max} = \frac{16}{\pi.D^2/4} + \frac{7155{,}4}{\pi.D^3/32}$$

Ứng suất tiếp lớn nhất:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{800}{\pi.D^3/16}$$

Điều kiện bền:

Theo thuyết bền thứ 3: $\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{16}{\pi.D^2/4} + \frac{7155{,}4}{\pi.D^3/32}\right)^2 + 4.\left(\frac{800}{\pi.D^3/16}\right)^2} \leq [\sigma]$$

Trong tính toán thực hành, để thuận lợi cho việc giải bất phương trình trên, ban đầu chọn D theo *uốn xoắn, bỏ qua ứng suất do lực dọc*, sau đó kiểm tra lại, ta có:

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{7155{,}4}{\pi.D^3/32}\right)^2 + 4.\left(\frac{800}{\pi.D^3/16}\right)^2} \leq [\sigma] \Rightarrow D \geq 16{,}6 \text{ cm}$$

Ban đầu, chọn: *D* = 168 mm.

Kiểm tra điều kiện bền:

Theo thuyết bền thứ 3: $\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$

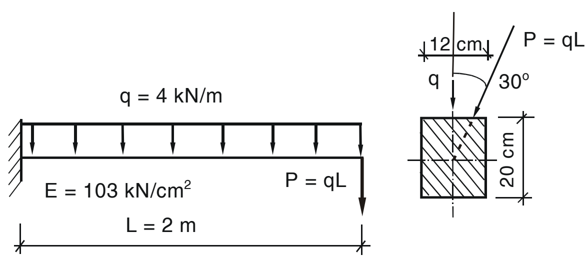
$$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{16}{\pi.16{,}8^2/4} + \frac{7155{,}4}{\pi.16{,}8^3/32}\right)^2 + 4.\left(\frac{800}{\pi.16{,}8^3/16}\right)^2}$$

$$\sqrt{(0{,}072 + 15{,}38)^2 + 4.(0{,}86)^2} = 15{,}54 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$$

Vậy chọn: *D* = 168 mm.

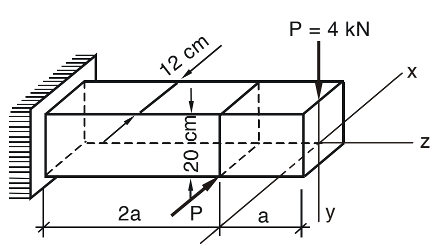
BÀI TẬP CHƯƠNG 10

10.1 Một thanh cong xon tiết diện chữ nhật chịu tác dụng của tải trọng như H.10.27. Vẽ biểu đồ nội lực, tính ứng suất pháp lớn nhất, xác định vị trí đường trung hoà tại mặt cắt ngàm.



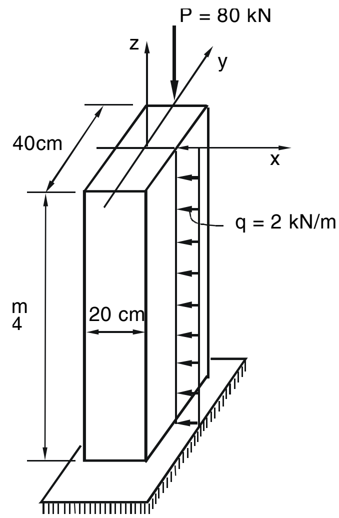
Hình 10.27

10.2 Xác định giá trị tuyệt đối lớn nhất của ứng suất pháp, vị trí đường trung hoà tại mặt cắt nguy hiểm của dầm (H.10.28), a = 1 m.



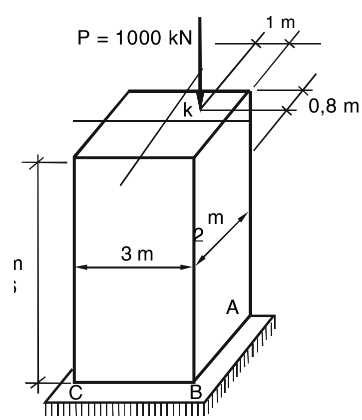
Hình 10.28

10.3 Xác định σ_{max} , σ_{min} và vị trí đường trung hoà tại mặt cắt nguy hiểm của cột H.10.29.



Hình 10.29

10.4 Một cột chịu tải trọng như H.10.30. Xác định ứng suất nén lớn nhất và nhỏ nhất tại mặt cắt chân cột. Cho trọng lượng riêng của vật liệu cột là: $\gamma = 20$ kN/m^3.

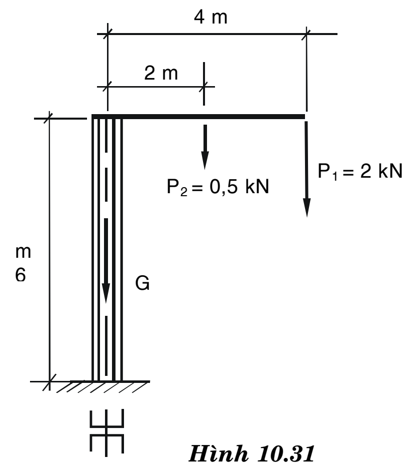


Hình 10.30

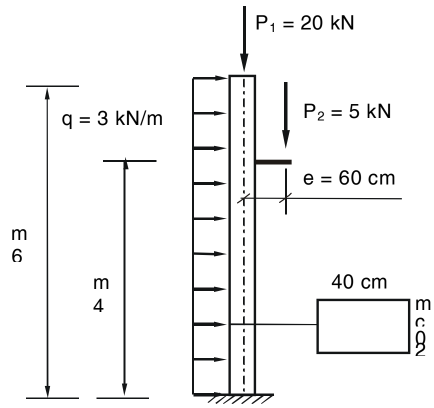
10.5 a. Một trụ đỡ có tiết diện gồm hai thép hình số hiệu **[** 24 chịu tải trọng như H.10.31.

Xác định ứng suất kéo và nén lớn nhất tại mặt cắt chân cột có xét cả trọng lượng của cột.

b. Một cột chịu tải trọng như H.10.32. Tính ứng suất ứng suất kéo và nén lớn nhất.



Hình 10.31

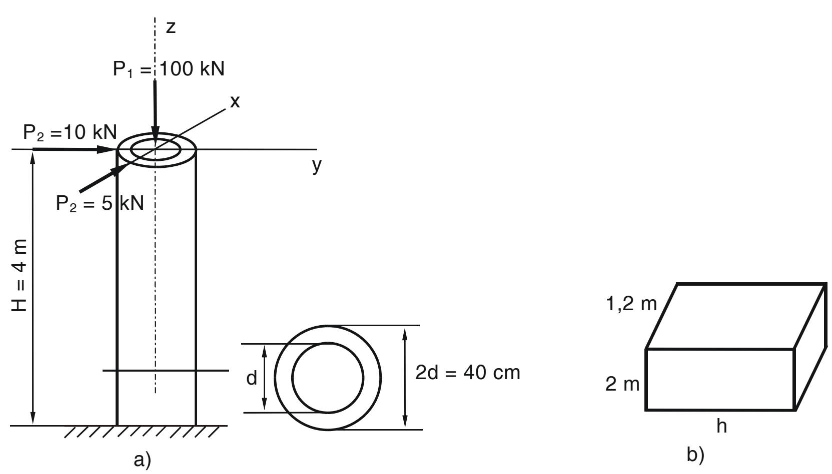


Hình 10.32

10.6 Một cột tròn rỗng chịu tác dụng của tải trọng như H.10.33.a.

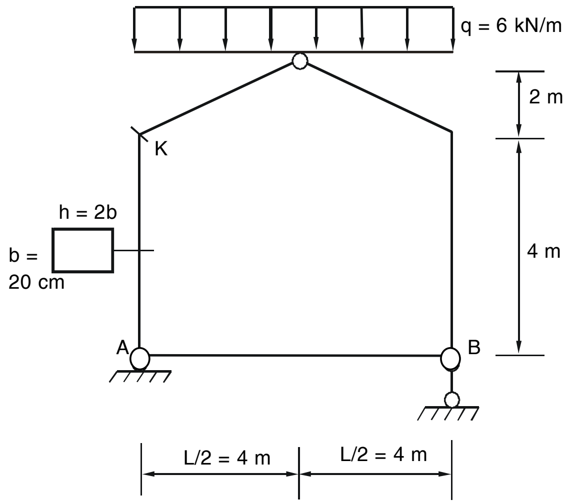
Tính ứng suất pháp σ_{max}, σ_{min} tại tiết diện chân cột, xác định vị trí và biểu diễn đường trung hoà tại tiết diện này.

Giả sử móng cột có kích thước 2 m × 1,2 m × h, trọng lượng riêng γ = 25 kN/m^3 (H.10.33.b) và trục cột được bố trí đi qua tâm móng. Hãy chỉ cách bố trí mặt bằng móng và tính kích thước h sao cho ở đáy móng không phát sinh ứng suất kéo.

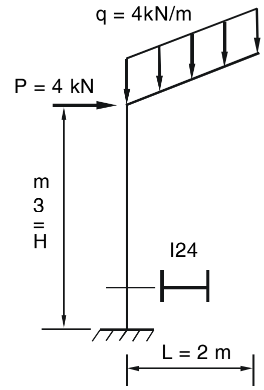


Hình 10.33

10.7 Một khung tiết diện chữ nhật đều, có thanh căng AB, chịu tác dụng của tải trọng như H.10.34. Vẽ biểu đồ nội lực của khung và nội lực kéo trong thanh AB. xác định ứng suất σ_{max}, σ_{min} và vị trí đường trung hoà tại mặt cắt ngang K.



Hình 10.34

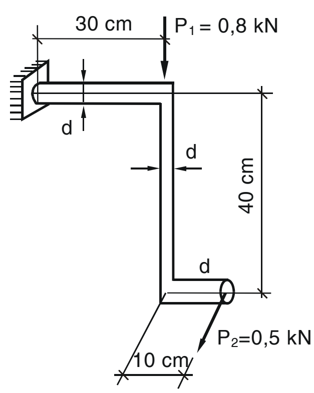


Hình 10.35

10.8 Một khung tiết diện chữ I24, chịu tác dụng của tải trọng như H.10.35. xác định nội lực tại tiết diện chân cột. Kiểm tra bền.

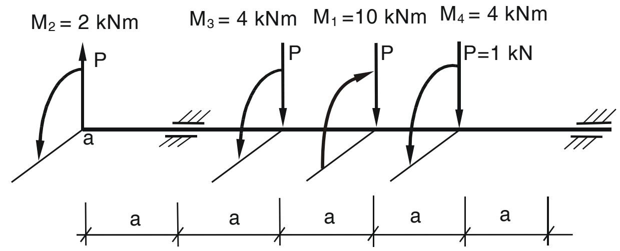
Cho [σ]=16 kN/cm^2.

10.9 Một thanh gẫy khúc tiết diện tròn đường kính d chịu lực như H.10.36. Vẽ biểu đồ nội lực, xác định đường kính d theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất. Cho [σ] = 2,8 kN/cm^2.



Hình 10.36

10.10 Một trục truyền động tiết diện tròn đường kính d có sơ đồ tính như H.10.37. Vẽ biểu đồ nội lực, xác định đường kính d theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất. Cho [σ] = 10 kN/cm^2.



Hình 10.37